

Discussion Paper Series

RIEB

Kobe University

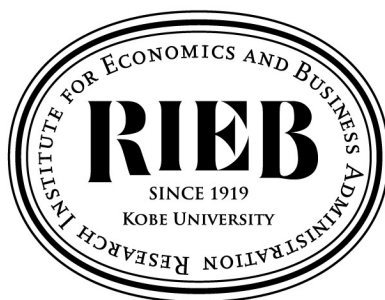
DP2025-J02

TOPIX の価格形成における
ヘッジ動機の役割と限界

早木 祥夏

2025 年 2 月 20 日

*この論文は神戸大学経済経営研究所のディスカッション・ペーパーの中の一つである。
本稿は未定稿のため、筆者の了解無しに引用することを差し控えられたい。



神戸大学 経済経営研究所

〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 2-1

TOPIX の価格形成におけるヘッジ動機の役割と限界¹

早木 祥夏²

要旨

本論文では、TOPIX で代理される日本の市場ポートフォリオの価格形成においてヘッジ動機が果たす役割を主に時系列での予測の観点から分析する。まず、Campbell et al. [2018] の特定化に基づいて平均と分散で特徴づけられる条件付分布の変動に関するニュースを計算し、それに基づいてヘッジ動機に関連するファクターを得る。次に、早木 [2024] の方法に基づいて市場ポートフォリオの 1 期先の価格形成が CAPM から乖離する条件付確率を得る。アウト・オブ・サンプルで計算された両者は同時点で強い関係を持つ一方、市場ポートフォリオの価格形成に持続的な影響を及ぼすのは後者のみであった。これは、平均と分散のみで特徴づけられる条件付分布の変動に対するヘッジ動機だけでは価格形成が CAPM から乖離するメカニズムを説明できないことを示唆する。

1. はじめに

市場ポートフォリオのリスクプレミアムは、個別銘柄の価格形成においても依然として最も重要なファクターの一つであり、それ自体の価格形成メカニズムを解明することは学術や金融実務の両面から重要な意義を持つ。静的な CAPM (Capital Asset Pricing Model) の枠組みでは市場リスクプレミアムの変動はその分散によって特徴付けられる。一方、投資機会の変動を考慮した ICAPM (Intertemporal CAPM; Merton [1973]) の枠組みでは、市場リスクプレミアムは投資機会の変動に対するヘッジ動機によっても特徴付けられる。

ヘッジ動機が市場リスクプレミアムに影響を及ぼすメカニズムは非常に明快であるが、ヘッジ動機そのものの特定化は非常に困難である。典型的なヘッジ動機の代理指標は Lettau/Ludvigson [2001a] によって提案された消費富比率 (CAY) である。これは、Lettau/Ludvigson [2001b], Guo/Whitelaw [2005], Guo et al. [2013] 等でヘッジ動機の変動を捉える代理指標として用いられている。しかしながら、その算出に消費量を用いることで、計測誤差、低頻度性、代表性といった消費データが抱えるいくつかの問題も反映されてしまう。これは、消費 CAPM の枠組みであるにも関わらず株式プレミアムパズル等のいくつかのパズルを解消できる Bansal/Yaron [2004] の長期リスクモデル (Long Run Risk Model) においても不可避の問題である。

¹ 本研究は令和 6 年度香川大学研究推進事業の助成 (24K0E013) を受けたものである。ここに記して感謝の意を表する。

² 香川大学経済学部、神戸大学経済経営研究所 (クロスアポイントメント)

代表的な対応策は包絡線定理や対数線形近似等を用いて消費の変動を富などの別の変数に内在化させる方法である。特に、Campbell [1993] や Campbell/Vuolteenaho [2004] では、Epstein-Zin-Weil 型効用関数 (Epstein/Zin [1989], Weil [1989]) を持つ経済主体の最適化問題を解くことで、資産成長率と確率的割引ファクターが分散均一である場合に、対数消費富比率が対数資産リターンの期待値に関する累積的イノベーションである割引率ニュースで表されることを示している。Campbell et al. [2018] では資産成長率と確率的割引ファクターが分散不均一である場合にも拡張し、対数消費富比率が割引率ニュースと対数資産リターンの分散に関する累積的イノベーションである分散ニュースの線型結合で表されることを示した。これらのニュースは配当利回りやバリュエーション (Fama/French [1993]) などのバリュエーション指標と強く関連していることも示されている。

既存の研究には二つの限界があり、本論文の目的はこれらを補完することにある。第一に、Campbell et al. [2018] では主に横断面の資産価格形成が注目されており、市場ポートフォリオの変動の予測指標としての割引率ニュースと分散ニュースの性質の解明が不十分である点が挙げられる。第二に、割引率ニュースと分散ニュースによってヘッジ動機の変動を実際にどの程度まで捕捉できているのかが不鮮明で、他のニュースやファクターを検討する必要性に関する議論が不十分である点を挙げたい。

そこで、本論文では第一の問題点への対処として、割引率ニュースと分散ニュースそれぞれの市場リスクプレミアムとの共分散の 1 期先予測値を計算し、その価格予測力を検証する。具体的には、Campbell et al. [2018] の方法で二つのニュース項を算出し、市場リスクプレミアムと二つのニュース項を含む DCC (Dynamic Conditional Correlation; Engle [2002]) モデルを推定する。推定結果から得られた条件付共分散をヘッジ動機の代理指標とみなし、VAR (Vector Autoregressive) モデルを用いて時系列での価格予測力を検証する。

また、第二の問題点への対処として、早木 [2024] で提案された CAPM 乖離確率とヘッジ動機の代理指標との関係を分析する。CAPM 乖離確率は、マルコフ・スイッチング・モデル (以下、MS モデル) を用いて市場リスクプレミアムの価格形成が CAPM で近似されるレジームと CAPM から乖離するレジームを識別して推定することによって得られる後者のレジームが実現する条件付確率である。CAPM 乖離確率は理論的背景に依拠せず単に CAPM からの乖離を推定したものであるが、ICAPM が成立しているのであれば、その変動は真のヘッジ動機の変動を近似しているはずである。DCC モデルから得られた条件付共分散によって CAPM 乖離確率をどの程度説明できるかを、VAR を用いて検証することで、割引率ニュースと分散ニュースがヘッジ動機の代理指標として十分か否かを解明できる。

本論文で得られた結果を要約すると次の通りである。まず、1975 年 1 月から 2022 年 12 月までの TOPIX の配当調整済みリターンを用いて割引率ニュースと分散ニュースを算出したところ、特に 90 年代から 2000 年代にかけて割引率ニュースが継続して負の値をとっており、いわゆる「失われた 20 年」がバリュエーション不況の性質を持っていたこと示唆さ

れる。割引率ニュースがそのような長期でのレジームの変化を捉えている一方、分散ニュースは景気後退に敏感に反応し、比較的短期のレジームの変化を捉えている可能性が示唆される。次に、DCC モデルによって推定された二つのニュースと市場リスクプレミアムの共分散を算出し、VAR モデルを用いて将来の市場リスクプレミアムへの予測力を検証したところ、いずれのニュースもほとんど予測力を持たなかった。しかしながら、CAPM 乖離確率とは強い関係を持ち、その CAPM 乖離確率は市場リスクプレミアムへの中長期的な予測力を保持していた。以上から、ニュース項と DCC モデルによって算出されたヘッジ動機の代理指標は、ヘッジ動機の一部を捕捉している可能性がある一方、中長期的な価格形成に貢献する情報を十分に捉えきれていないといえる。

本論文の構成は次のとおりである。まず、第2節において、本論文が扱う理論モデルのフレームワークとそれに対応する実証モデルを提示する。第3節では、ニュース項とそれを利用したヘッジ動機の代理指標、そして CAPM 乖離確率を算出し、それらの性質を概観する。第4節ではヘッジ動機の代理指標の価格予測力と CAPM 乖離確率との関係を検証する。第5節で結論を述べる。

2. モデル構築

Merton [1973] の ICAPM を離散時間フレームワークで検討すると、近似的に以下の関係が成り立つ (Munk [2013], Ch.10)。

$$E_t[r_{W,t+1}] \approx -\frac{J_{WW}W_t}{J_W} \text{Var}_t[r_{W,t+1}] + \left(-\frac{J_{WF}F_t}{J_W}\right) \text{Cov}_t[r_{W,t+1}, r_{F,t+1}] \quad (1)$$

ただし、 W_t は富を、 F_t は投資機会の変動を特徴付ける単一の状態変数を表し、 $r_{W,t+1}$ 及び $r_{F,t+1}$ はその変化率である。 $J(W_t, F_t, t)$ は代表的経済主体の間接効用関数であり、下付き添え字はその変数の偏導関数であることを表す。第一項は伝統的な CAPM から導かれる関係を表し、第二項は投資機会の変動に対するヘッジを表す。なお、式 (1) の関係は状態変数が複数存在する場合にも簡単に拡張できる。

ICAPM を基礎とする多くの発展的な資産価格モデルの違いは、式 (1) における状態変数の特徴付けの違いでもある。例えば、Campbell [1993], Campbell/Vuolteenaho [2004], Campbell et al. [2018] で用いられたモデルに基づくと、経済主体が Epstein-Zin-Weil 型効用関数を持つ経済における対数資産リターン $r_{t+1} = \ln(W_{t+1}/(W_t - C_t))$ について以下の関係が成り立つ。

$$E_t[r_{t+1}] = \gamma \text{Var}_t[r_{t+1}] - \frac{\theta}{\psi} \text{Cov}_t[r_{t+1}, h_{t+1}] \quad (2)$$

ただし、 $h_t = \ln(W_t/C_t)$ であり、 C_t は総消費量である。また、 γ は相対的リスク回避

度, ψ は異時点間の代替の弾力性であり, $\theta = (1 - \gamma)/(1 - 1/\psi)$ である。彼らのモデルでは対数消費富比率 h_t が状態変数としての役割を果たしている。

2.1. ニュース項とヘッジ項の関係

Campbell et al. [2018] は, 対数資産リターン r_{t+1} と対数確率的割引ファクター m_{t+1} が条件付同時対数正規分布に従うという仮定の下で, 対数消費富比率のイノベーションが以下で近似されることを示した。

$$h_{t+1} - E_t[h_{t+1}] \approx (\psi - 1)N_{DR,t+1} + \frac{1}{2} \frac{\psi}{\theta} N_{RISK,t+1} \quad (3)$$

ただし, $N_{DR,t+1}$ は対数資産リターンの期待値に関する累積的イノベーションである割引率ニュースであり, $N_{RISK,t+1}$ は対数資産リターンと対数確率的割引ファクターの和の分散に関する累積的イノベーションであるリスクニュースである。これらのニュース項は以下で特定化される。

$$N_{DR,t+1} = (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{t+1+j} \quad (4)$$

$$N_{RISK,t+1} = (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \text{Var}_{t+j}[r_{t+1+j} + m_{t+1+j}] \quad (5)$$

ただし, ρ は Campbell-Shiller 近似 (Campbell/Shiller [1988a, 1988b]) における対数線形化のパラメタであり, 平均的な対数消費富比率に関連づけられる³。なお, 分散均一である場合は $N_{RISK,t+1} = 0$ となり, このモデルは Campbell/Vuolteenaho [2004] モデルに一致する。

二つのニュース項を算出するために, Campbell et al. [2018] では経済が以下の一次 VAR (Vector Autoregressive) で記述されると仮定している。

$$\mathbf{x}_{t+1} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}}) + \sigma_t \mathbf{u}_{t+1} \quad (6)$$

ただし, $\mathbf{x}_{t+1} = (r_{t+1}, \sigma_{t+1}^2, \dots)^\top$ は $n \times 1$ ベクトルであり, 第三要素以降はリターンの一次・二次モーメントの予測に役立つような状態変数が含まれ, $\bar{\mathbf{x}}$ は $n \times 1$ のパラメタベクトル, $\mathbf{\Gamma}$ は $n \times n$ のパラメタ行列である。また, $\mathbf{u}_{t+1}$ は第一要素の分散が1になるように標準化された状態変数のショックベクトルであり, 一定の分散共分散行列 Σ を持つ。ただし, $\Sigma_{11} = 1$ である。そして, σ_t はスカラーの確率変数であり, 市場リター

³ より厳密には, $h = \ln(1 + e^z)$ で定義される z の平均値 $\bar{z}$ を用いて, $\rho = e^{\bar{z}}/(1 + e^{\bar{z}})$ となる。

ンの条件付分散に等しいだけでなく、システムの全てのショックの分散の時間的変化も支配する。このような経済では、定数 ω を用いて $\text{Var}_{t+j}[r_{t+1+j} + m_{t+1+j}] = \omega \sigma_{t+j}^2$ と書けるので、リスクニュースは以下のように書き換えられる。

$$N_{RISK,t+1} = (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j \omega \sigma_{t+j}^2 \equiv \omega N_{V,t+1} \quad (7)$$

ここで、 $N_{V,t+1}$ は対数資産リターンの分散に関する累積的イノベーションである分散ニュースである。このとき、割引率ニュースと分散ニュースは VAR パラメタとショックベクトルを用いて以下のように表される⁴。

$$N_{DR,t+1} = \mathbf{e}_1^\top \rho \mathbf{\Gamma} (\mathbf{I} - \rho \mathbf{\Gamma})^{-1} \sigma_t \mathbf{u}_{t+1} \quad (8)$$

$$N_{V,t+1} = \rho \mathbf{e}_2^\top (\mathbf{I} - \rho \mathbf{\Gamma})^{-1} \sigma_t \mathbf{u}_{t+1} \quad (9)$$

ただし、 $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0, \dots)^\top$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1, 0, \dots)^\top$ であり、どちらも $n \times 1$ ベクトルである。また、 $\mathbf{I}$ は $n \times n$ の単位行列である。

2.2. ヘッジ項の条件付期待値

本論文ではニュース項に基づいて得られるヘッジ項の条件付期待値が持つ市場リターンの予測力に関心がある。式 (2) より、ヘッジ項の条件付期待値の変動は、 $\text{Cov}_t[r_{t+1}, h_{t+1}]$ によって特徴付けられるが、これはニュース項を用いて以下のように表される。

$$\text{Cov}_t[r_{t+1}, h_{t+1}] \approx (\psi - 1) \text{Cov}_t[r_{t+1}, N_{DR,t+1}] + \frac{1}{2} \frac{\psi}{\theta} \omega \text{Cov}_t[r_{t+1}, N_{V,t+1}] \quad (10)$$

本論文では、ヘッジ項の条件付期待値の変動を特徴づける二つの共分散項 $\text{Cov}_t[r_{t+1}, N_{DR,t+1}]$ 及び $\text{Cov}_t[r_{t+1}, N_{V,t+1}]$ を推定するために、DCC (Dynamic Conditional Correlation; Engle [2002]) モデルを用いる。具体的には、以下のモデルを用いる。

$$\begin{pmatrix} r_{t+1} \\ N_{DR,t+1} \\ N_{V,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^\top (\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}})) \\ \bar{N}_{DR} \\ \bar{N}_V \end{pmatrix} + \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\epsilon}_{t+1}, \quad (11)$$

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t, \quad (12)$$

⁴ 彼らのモデルではキャッシュフローニュースも重要であるが、本論文では特にヘッジ項の特定化についてのみ注目するため、このニュースは取り扱われない。

$$\mathbf{R}_t = \text{diag}(\mathbf{Q}_t)^{-1/2} \mathbf{Q}_t \text{diag}(\mathbf{Q}_t)^{-1/2}, \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}_t = (1 - a - b)\bar{\mathbf{Q}} + b\mathbf{Q}_{t-1} + a\boldsymbol{\varepsilon}_t\boldsymbol{\varepsilon}_t^\top \quad (14)$$

ただし、 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}$ は分散が単位行列になるよう標準化された誤差ベクトルであり、同時正規分布に従うとする。また、 $\mathbf{D}_t = \text{diag}(\sigma_t, \sigma_{DR,t}, \sigma_{V,t})$ であり、各説明変数のボラティリティの変動は EGARCH(1,1) モデルによって特徴付けられる。 $\bar{\mathbf{Q}} = E[\boldsymbol{\varepsilon}_t\boldsymbol{\varepsilon}_t^\top]$ であり、 $\mathbf{R}_t$ は各説明変数間の相関の変動を特徴付けている。

2.3. CAPM 乖離確率の推定

早木 [2024] では、特定の状態変数を想定せずに式 (1) の第二項を単なる CAPM からの乖離として推定する方法が提案されている。これまでの方法がヘッジ項の持つ性質とメカニズムに注目した導出であったのに対し、この方法ではメカニズムには基づかずにデータドリブンな形で市場ポートフォリオの価格形成が CAPM から乖離する確率を推定する。日本の株式市場において ICAPM が近似的に成立しているのであれば、CAPM 乖離確率の変動はヘッジ項の変動に一致するはずである。

この方法では、Hamilton [1988, 1989, 1990] のマルコフ・スイッチング・モデル (MS モデル) を用いて、市場リスクプレミアム $r_{M,t+1}$ が CAPM の示唆する関係で近似されるレジームと、そこから乖離するレジームが切り替わる状況を特定化する。具体的には、マルコフ過程に従う潜在的な状態変数 S_t を用いて、市場ポートフォリオのリスクフリーレートからの超過リターンで表される市場リスクプレミアム $r_{M,t+1}$ について以下の関係を想定する。

$$r_{M,t+1} = \gamma(S_{t+1})\sigma_{M,t}^2 + \delta(S_{t+1}) + \sigma_{M,t}\epsilon_{t+1} \quad (15)$$

ただし、 $\sigma_{M,t}^2 = \text{Var}_t[r_{M,t+1}]$ であり、 ϵ_{t+1} は平均 0、分散 1 に標準化された誤差項であり、Student の t 分布に従うとする。また、条件付分散 $\sigma_{M,t}^2$ は以下の EGARCH (exponential generalized autoregressive conditional heteroskedasticity; Nelson [1991]) 構造を持つとする。

$$\sigma_{M,t}^2 = \exp(\omega + \alpha(|\epsilon_t| - E[|\epsilon_t|]) + \tau\epsilon_t + \beta \ln \sigma_{M,t-1}^2) \quad (16)$$

特に、早木 [2024] では $S_t \in \{0,1\}$ の 2 状態 MS モデルを想定し、 $\gamma(0) = \gamma(1)$ 、 $\delta(0) = 0$ の制約を課すことで無制約モデルに比べて BIC (Bayesian Information Criteria) が改善することを示している⁵。特に、 $\delta(0) = 0$ の制約下において、 $S_{t+1} = 0$ における期待市場リス

⁵ 遷移確率 $\Pr[S_{t+1} = i | S_t = j]$ は一定とする。なお、早木 [2024] ではいくつかの外生変数によって遷移確率が変動する場合の検証も行い、変動しない場合と質的に類似した結果が得ら

クプレミアムは $\gamma(0)\sigma_{M,t}^2$ となるため、これは CAPM 近似レジームとして解釈される。一方、 $S_{t+1} = 1$ における期待市場リスクプレミアムは $\gamma(0)\sigma_{M,t}^2 + \delta(1)$ となり、これは CAPM 乖離レジームとして解釈される。このとき、時点 t における情報集合を Ω_t とすると、期待市場リスクプレミアムは $\gamma(0)\sigma_{M,t}^2 + \Pr[S_{t+1} = 1|\Omega_t]\delta(1)$ となる。したがって、MS モデルによって推定された条件付確率 $\Pr[S_{t+1} = 1|\Omega_t]$ によって CAPM からの乖離の大きさの変動を特徴付けることができる。

3. CAPM 乖離確率とニュースに基づくヘッジ項

本節では、日本の株式市場におけるニュースに基づいたヘッジ項と、CAPM 乖離確率の算出を行い、それぞれの性質を概観する。分析期間は 1975 年 1 月から 2022 年 12 月までの 48 年間 (576 ヶ月) である。市場ポートフォリオのリターンには TOPIX の配当調整済リターンを、リスクフリーレートには 3 ヶ月物国庫短期証券利回りを用いる⁶。ニュース項の算出にあたっては、資産リターンの代理として市場ポートフォリオのリスクフリーレートからの超過リターンを用いる。式 (6) における $\mathbf{x}_{t+1}$ に含まれる状態変数としては、TOPIX 配当利回り、リスクフリーレート、10 年物国債利回りと 3 ヶ月物国庫短期証券利回りの差を用いる。データは Datastream、日本証券取引所、財務省、及び IMF (International Money Fund) から取得した。

3.1. ニュース項の算出

ヘッジ項を算出するため、ニュース項を算出する。ニュース項の算出にあたっては Campbell et al. [2018] と同様の二段階推定を用いる。まず、市場リスクプレミアムの日次データの二乗和によって実現分散 $\sigma_{RV,t}^2$ を計算する。1 期先の実現分散 $\sigma_{RV,t+1}^2$ を説明変数、当期の実現分散 $\sigma_{RV,t}^2$ 、市場リスクプレミアム $r_{M,t}$ 、及び三つの状態変数を被説明変数、 $\sigma_{RV,t}^{-2}$ をウェイトとした WLS (Weighted Least Square) 回帰によって得られるパラメータを用いて、 t 時点の情報に基づく $t+1$ 時点の予測分散 $EVAR_t$ を計算する。ここで得た $EVAR_t$ を σ_t^2 の代理として用い、式 (6) の VAR モデルを推定する。この際、変数ごとに $EVAR_t^{-1}$ をウェイトとする WLS 回帰を行い、 $\mathbf{\Gamma}$ の推定値とショックベクトル $\mathbf{u}_{t+1}$ を得る。これらを用い、Campbell et al. [2018] と同様に ρ の年率値を 0.95 として、式 (8) 及び (9) から $N_{DR,t+1}$ 及び $N_{V,t+1}$ を得る。

図 1 は、TOPIX について計算されたニュース項の推移を表す。ただし、Campbell et al. [2018] と同様に四半期減衰パラメータを 0.08 とした指数型加重移動平均値を、各ニュース項

れたことが示されている。

⁶ 国庫短期証券利回りには、1999 年 4 月以降では財務省が公表している国庫短期証券の入札結果から該当月に発行された 3 ヶ月物国庫短期証券の平均利回りを、1999 年 3 月以前では IMF が公表する日本の treasury bill rate を用いた。

の標準偏差で除して基準化した値である。上から順に、キャッシュフローニュース $N_{CF,t+1}$ 、割引率ニュース $N_{DR,t+1}$ 、分散ニュース $N_{V,t+1}$ が平滑化および標準化されている。なお、キャッシュフローニュースは以下で計算される。

$$N_{CF,t+1} = \mathbf{e}_1^\top \sigma_t \mathbf{u}_{t+1} + N_{DR,t+1} \quad (17)$$

また、灰色で塗りつぶされた期間は内閣府が公表する景気基準日付において景気後退に該当する。

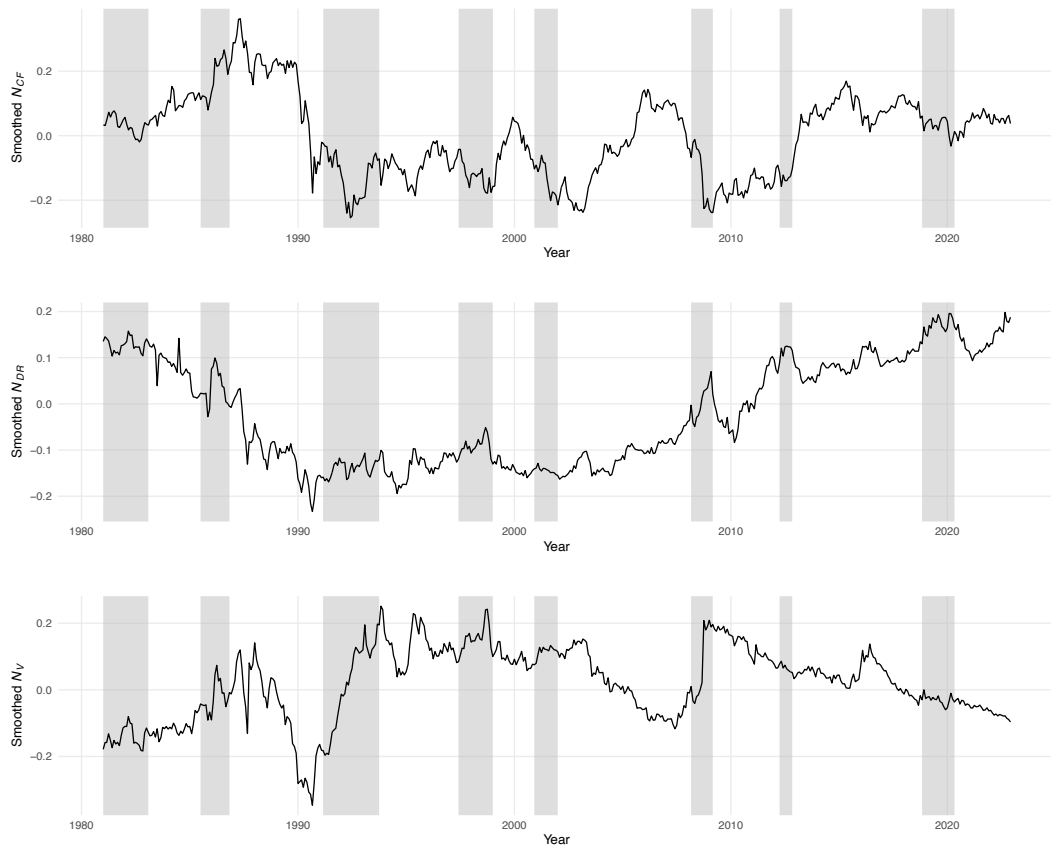


図1. 平滑化されたニュース項

割引率ニュースは将来の期待の変化を表している。図1は、90年代から2000年代にかけてのいわゆる「失われた20年」を通して、将来に対する悲観的な見通しが支配的であったことを如実に表している。一方、2010年代には80年代と同様に将来に対する見通しは楽観的になりつつあるようである。割引率ニュースの推移は日本経済における超長期でのレジームの遷移を捕捉している可能性がある。分散ニュースは分散に対する期待の変化を表している。特に90年代のバブル経済の崩壊と2000年代後半の世界金融危機において急上昇しており、リターンに比べて予想が容易なボラティリティでさえ、この時期には予想

が極めて困難な状態になっていたことがわかる。分散ニュースは、割引率ニュースに比べると変動が大きく、5年から15年程度のサイクルで正負が入れ替わっているようである。これらのニュースを組み合わせることで、日本経済のおおまかなレジームの変化を捕捉できる可能性がある。Campbell/Vuolteenaho [2004] は、キャッシュフローニュースに基づく収益性不況、割引率ニュースによる不況であるバリュエーション不況、そして両者による混合不況を分けて解釈している。日本経済における不況は、「失われた20年」における不況はバリュエーション不況を含む混合不況、それ以外の期間における不況はキャッシュフロー不況の傾向がある。

3.2. ヘッジ項の算出

3.1 節で算出されたニュース項を用いて、式 (11)-(14) の DCC モデルに基づいてヘッジ項の変動に関連する共分散項を算出する。図 2 に、推定された $\sigma_{M,t}^2 = \text{Var}_t[r_{M,t+1}]$, $\sigma_{M,DR,t} = \text{Cov}_t[r_{M,t+1}, N_{DR,t+1}]$, $\sigma_{M,V,t} = \text{Cov}_t[r_{M,t+1}, N_{V,t+1}]$ を示す。

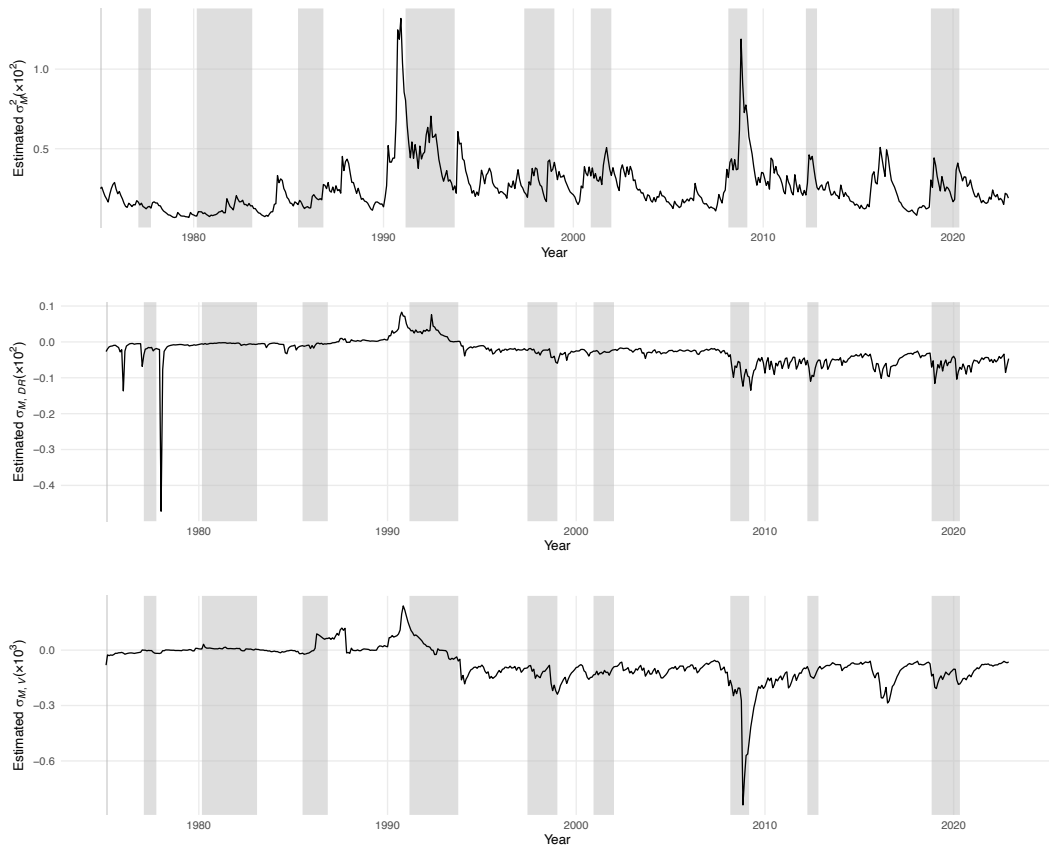


図 2. DCC モデルで推定された共分散

推定された割引率ニュースとの共分散項と分散ニュースとの共分散項は、80 年代を通し

て概ねいずれも 0 近辺を推移している。これは、この時期にほとんどヘッジ動機が発生せず、市場の価格形成が概ね CAPM で近似されるような状態であったことを示唆する。90 年代以降は景気後退の時期に大きく変動する傾向があり、投資機会の変動が激しくなりヘッジ動機が発生していることが示唆される。

3.3. CAPM 乖離項の算出

式 (15)-(16) の MS モデルに基づいて CAPM 乖離レジームが実現する確率 (CAPM 乖離確率) を算出する。図 2 に、推定された条件付分散 $\sigma_{M,t}^2 = \text{Var}_t[r_{M,t+1}]$, CAPM 乖離レジームが実現する条件付確率 $\Pr[S_{t+1} = 1|\Omega_t]$, CAPM 乖離レジームが実現する平滑化確率 $\Pr[S_{t+1} = 1|\Omega_T]$ を示す。なお、 $\sigma_{M,t}^2$ は図 2 の最上段に示された DCC モデルにおける $\sigma_{M,t}^2$ の推定結果とほぼ同等であり、相関係数は 0.99 である。

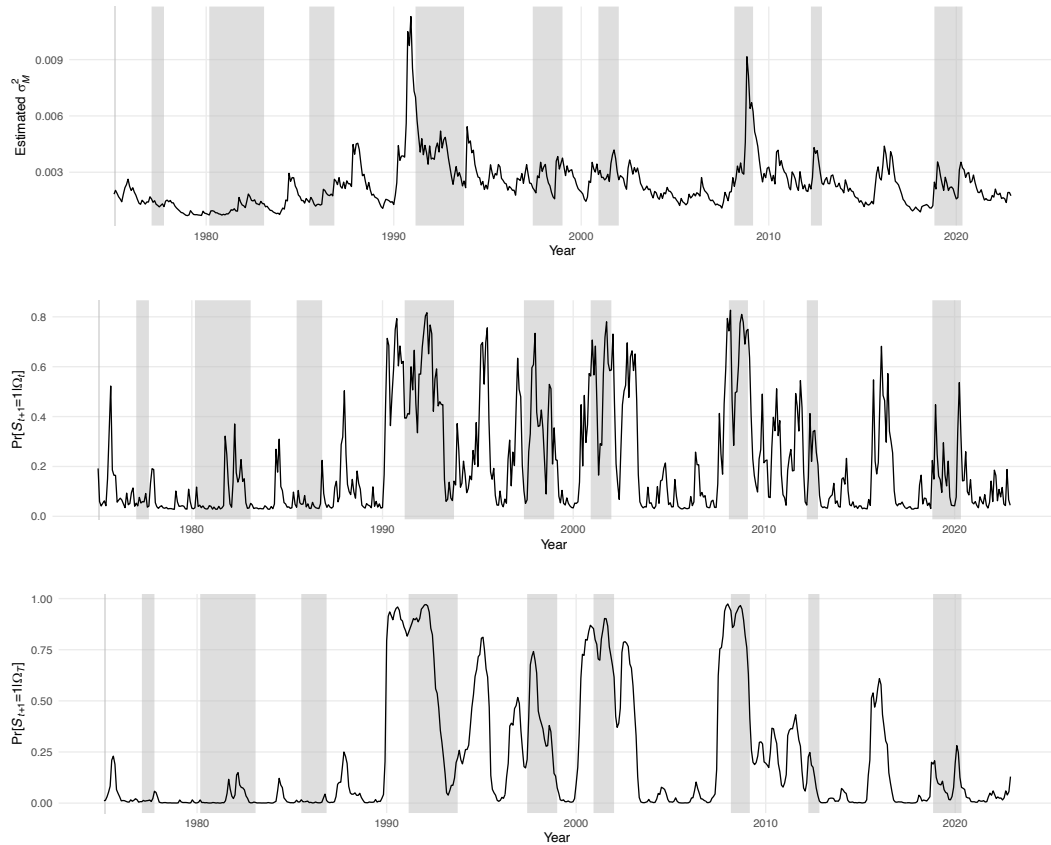


図 2. MS モデルから推定される条件付分散と CAPM 乖離確率

CAPM 乖離確率は、市場リターンの条件付分散と強く連動するが、連動しない局面もあることが見て取れる。式 (1) のような ICAPM 関係の下では、ヘッジ項の変動は $\text{Cov}_t[r_{W,t+1}, r_{F,t+1}]$ によって特徴づけられるから、市場分散と強い相関を持つ可能性が

ある。CAPM 乖離確率がヘッジ項の変動によって完全に特徴付けられるとは限らないが、少なくとも、推定された CAPM 乖離確率と市場リターンの条件付分散と強く連動するようである (相関係数は 0.71)。しかしながら、90 年代初頭や世界金融危機の時期など、条件付分散が上昇するより前に CAPM 乖離確率が上昇している局面も多く見られる。CAPM 乖離確率の変動は、市場分散だけでは捕捉しきれない期待リターンの変化の一部を捕捉している可能性がある。

4. 価格予測力の検証

本節では、前節で算出された CAPM 乖離確率とヘッジ項に関連する二つの共分散項が、市場ポートフォリオに対して価格予測力を持つか否かを検証する。また、両者の同時点関係も検証する。これらの検証にあたっては、1975 年 1 月から 2004 年 12 月までの 30 年間 (360 ヶ月) をイン・サンプルとし、2005 年 1 月から 2022 年 12 月までをアウト・オブ・サンプルとする。イン・サンプルにおいて各パラメタを推定し、そのパラメタと直近の条件付変数を用いてアウト・オブ・サンプルにおいて本論文で注目する 1 期先予測値 $\text{Var}_t[r_{M,t+1}]$, $\text{Cov}_t[r_{M,t+1}, N_{DR,t+1}]$, $\text{Cov}_t[r_{M,t+1}, N_{DR,t+1}]$, $\text{Pr}[S_{t+1}|\Omega_t]$ を計算する。アウト・オブ・サンプルで計算されたこれらの 1 期先予測値をそれぞれ $\hat{\sigma}_{M,t}^2$, $\hat{\sigma}_{M,DR,t}$, $\hat{\sigma}_{M,V,t}$, $\hat{p}_t$ とする。

まず、ニュース項を用いて DCC モデルによって推定された二つの共分散項の価格予測力を検証する。そのために、 $\mathbf{y}_{1t} = (\hat{\sigma}_{M,t}^2, \hat{\sigma}_{M,DR,t}, \hat{\sigma}_{M,V,t}, r_{M,t+1})/\hat{\sigma}_{M,t}$ を伴う VAR モデルを推定し、インパルス応答関数を計算する。ただし、 $\hat{\sigma}_{M,t}^2$ は DCC モデルによって推定される条件付分散であり、市場リスクプレミアムの分散不均一性を考慮するために、すべての変数を $\hat{\sigma}_{M,t}$ で除している。トレンドの変化を伴うやや長い期間での関係を検証するため、VAR のラグ次数は以降の検証も含めてすべて 6 に設定する。結果を図 4 に示す。ただし、灰色部分は 100 回のブートストラップ標本によって計算された 95%信頼区間である。

図 4 からヘッジ項に関連するニュースの共分散項は市場の価格形成に対する予測力をほとんど持たないことがわかる。市場分散のショックは市場リスクプレミアムに対して直ちに正の影響を及ぼす一方、 $\hat{\sigma}_{M,DR,t}$, $\hat{\sigma}_{M,V,t}$ のいずれも市場に対して短期でも中長期でも影響を及ぼさない。したがって、割引率ニュースと分散ニュースの共分散項として算出される式 (2) におけるヘッジ項の代理指標には、TOPIX の価格形成の予測に役立つ情報が十分には含まれていないようである。

次に、早木 [2024] と同様に MS モデルによって推定された CAPM 乖離確率の価格予測力を検証する。そのために、 $\mathbf{y}_{2t} = (\hat{\sigma}_{M,t}^2, \hat{p}_t, r_{M,t+1})/\hat{\sigma}_{M,t}$ を伴う VAR モデルを推定し、インパルス応答関数を計算する。ただし、 $\hat{\sigma}_{M,t}^2$ は MS モデルによって推定される条件付分散であり、市場リスクプレミアムの分散不均一性を考慮するために、すべての変数を

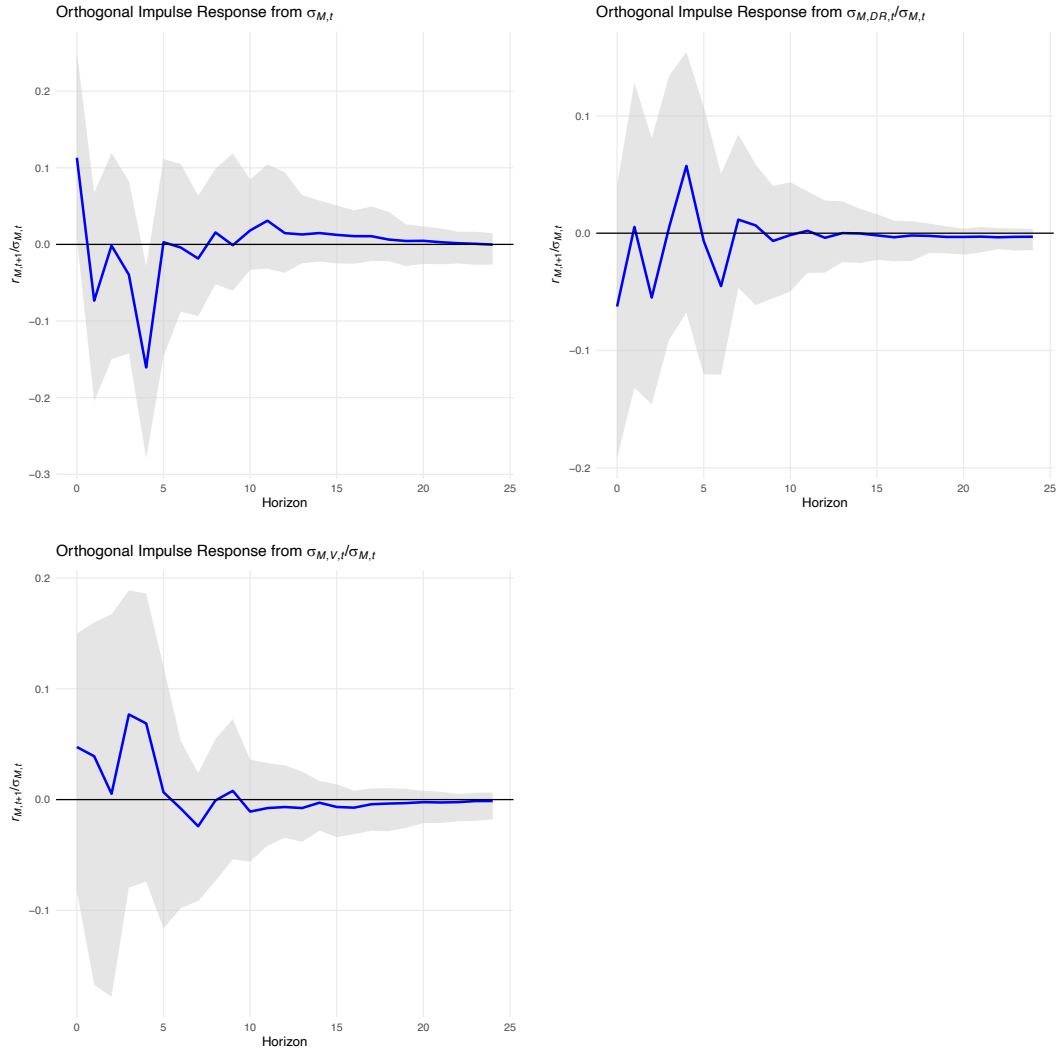


図 4. DCC モデルの予測変数によるインパルス応答

$\hat{\sigma}_{M,t}$ で除している。結果を図 5 に示す。

図 5 から条件付分散と CAPM 乖離確率の両方が少なくとも中長期での市場の価格形成に対する予測力を持つことがわかる。CAPM や ICAPM の示唆と同様に、市場分散のショックは市場リスクプレミアムに対して直ちに正の影響を及ぼす。一方、CAPM 乖離確率のショックは市場に対して即時の影響は及ぼさないものの、半年後から数ヶ月間に渡って持続的に負の影響を及ぼす。これは CAPM 乖離確率が上昇し、投資機会の急激な変動が予想されることで市場リスクプレミアムが持続的に低迷する局面に移行する可能性が高まることを意味する。

最後に、ヘッジ項に関連するニュースの共分散項が、CAPM 乖離確率の変動に与える影響を検証する。そのために、 $\mathbf{y}_{3t} = (\hat{\sigma}_{M,DR,t}^o, \hat{\sigma}_{M,V,t}^o, \hat{p}_{t+1}^o)$ を伴う VAR モデルを推定し、インパルス応答関数を計算する。ただし、上付き添え字 o は $\hat{\sigma}_{M,t}^2$ に対して対角化され

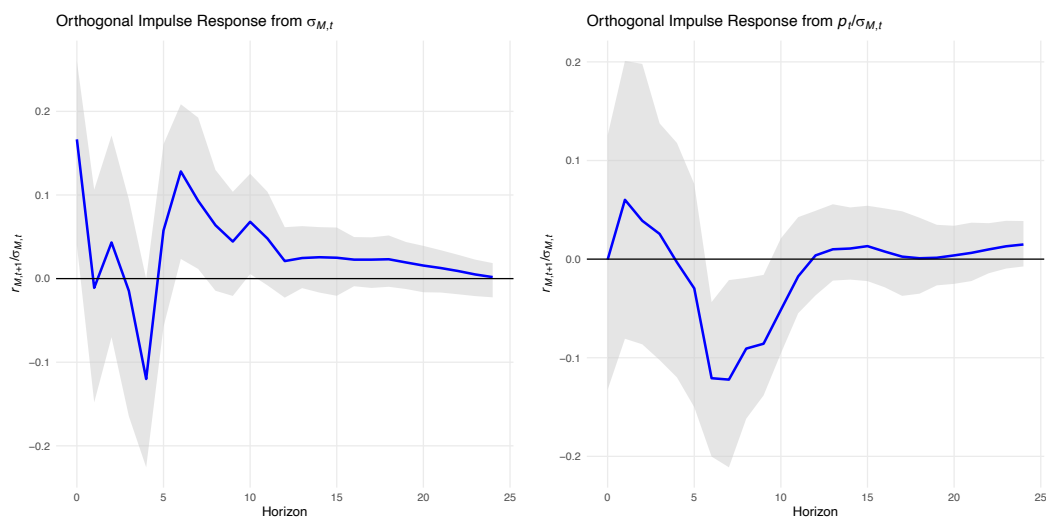


図5. MS モデルの予測変数によるインパルス応答

ていることを意味し、例えば $\hat{\sigma}_{M,DR,t}^o$ は $\hat{\sigma}_{M,DR,t}$ を $\hat{\sigma}_{M,t}^2$ に回帰した残差である。ICAPM におけるヘッジ項は市場分散と強く相関する可能性があり、対角化によって市場分散を介さない共分散項から CAPM 乖離確率への影響を検証できる。結果を図6に示す。

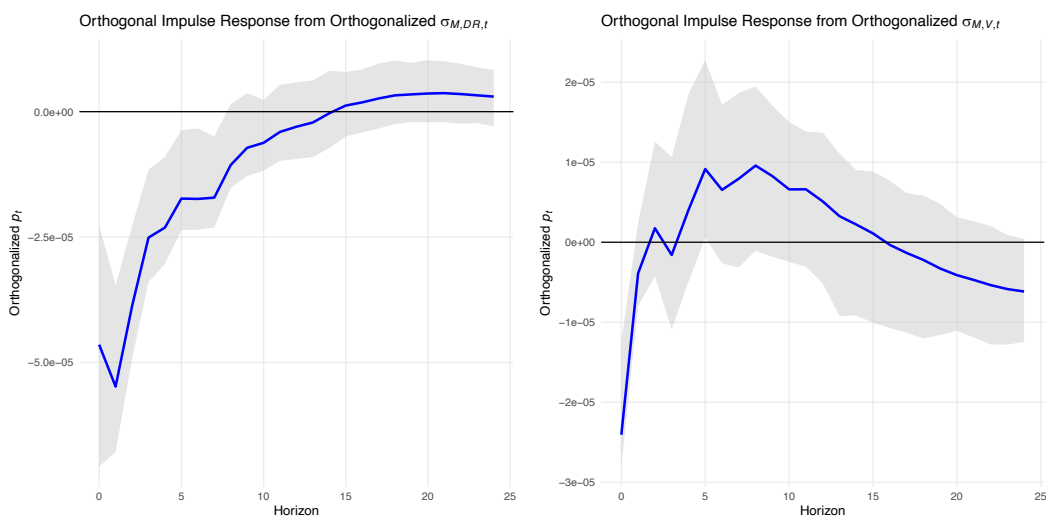


図6. ヘッジ項から CAPM 乖離確率へのインパルス応答

図6から、ニュースの共分散項で代理されるヘッジ項には、価格形成がCAPMから乖離する確率に対する持続的な影響力があることが分かる。 $\hat{\sigma}_{M,DR,t}^o$ の変化は $\hat{p}_t^o$ に対して持続的に負の影響を及ぼし、 $\hat{\sigma}_{M,V,t}^o$ の変化もやや短い $\hat{p}_t^o$ に対して持続的に負の影響を及ぼす。したがって、CAPM 乖離確率を変動させる原因として、ヘッジ項が重要な役割を果たすことが示唆される。しかしながら、図4に示した通りヘッジ項そのものが TOPIX リ

ターンに及ぼす影響は小さい。したがって、本論文で抽出したヘッジ項の要素以外に、CAPM 乖離確率と関連し、その効果が TOPIX の価格形成に十分に反映されるような未知の要素が存在する可能性がある。

5. おわりに

本論文では、ICAPM に動機づけられ、TOPIX で代理される日本の市場ポートフォリオの価格形成に寄与する可能性がある二つの指標を比較した。一つ目は早木 [2024] で提案された CAPM 乖離確率であり、二つ目は Campbell et al. [2018] で提案されたニュース項を用い、本論文で提案された方法で算出されるヘッジ項の代理指標である。アウト・オブ・サンプルにおける各指標の予測値を用いたインパルス応答関数を計算したところ、CAPM 乖離確率が TOPIX の中長期的な価格形成に影響を及ぼす一方で、ニュースに基づくヘッジ項の代理指標には TOPIX の予測に有用な情報は僅少であった。ただし、ヘッジ項の代理指標には CAPM 乖離確率を変動させる情報が含まれており、依然として日本市場において ICAPM 関係が成立している可能性は残る。しかしながら、TOPIX の予測に有用な情報は本論文の方法で算出されたヘッジ項ではなく、異なる未知のファクターが重要な役割を果たす可能性がある。

本論文の限界は主に以下の二点である。第一に、ニュース項の算出に際して用いた情報変数が不十分であるために、ニュース項が誤って特定化されている可能性である。特に日本の株式市場において重要な役割を果たす変数を追加することで本論文の結果が覆る可能性もある。第二に、CAPM 乖離確率を持つ TOPIX の中長期的な価格形成に役立つ情報が、どのようなメカニズムで生まれるのかは未だ明らかではないことである。特に、Campbell et al. [2018] で提案されたニュース項は平均と分散の予想外のショックに基づいており、資産リターンの分布が二次モーメントまでの情報で与えられる、つまり、正規分布に従うことを前提としている。より高次のモーメントのショックに関するニュースが、価格形成を CAPM から乖離させるようなレジームの変化を駆動している可能性もある。そのようなニュースの影響の解明を今後の研究課題としたい。

引用文献

- 早木祥夏 [2024] 「TOPIX における一貫したリスク・リターン関係」『証券アナリストジャーナル (Securities Analysts Journal)』 62(8), 70–79.
- Bansal, R., and A. Yaron [2004] “Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles,” *Journal of Finance* 59(4), 1481–1509.
- Campbell, J. Y. [1993] “Intertemporal Asset Pricing without Consumption Data,” *American Economic Review* 83, 487–512.
- Campbell, J. Y., and R. Shiller [1988a] “Stock Prices, Earnings, and Expected Dividends,” *Journal of*

- Finance* 43(3), 661–676.
- Campbell, J. Y., and R. Shiller [1988b] “The Dividend-Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors,” *Review of Financial Studies* 1(3), 195–228.
- Campbell, J. Y., S. G. Giglio, C. Polk, and R. Turley [2018] “An Intertemporal CAPM with Stochastic Volatility,” *Journal of Financial Economics* 128(2), 207–233.
- Engle, R. [2002] “Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models,” *Journal of Business and Economic Statistics* 20(3), 339–350.
- Epstein, L. G., Stanley E. Zin [1989], “Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework,” *Econometrica* 57 (4), 937–969.
- Fama, E. F., and K. R. French [1993], “Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds,” *Journal of Financial Economics* 33(1), 3–56.
- Guo, H., and R. F. Whitelaw [2006] “Uncovering the risk–return relation in the stock market,” *Journal of Finance* 61(3), 1433–1463.
- Guo, H., Z. Wang, and J. Yang [2013] “Time-varying risk-return trade-off in the stock market,” *Journal of Money, Credit and Banking* 45(4), 623–650.
- Hamilton, J. D. [1988] “Rational-expectations econometric analysis of changes in regime: An investigation of the term structure of interest rates,” *Journal of Economic Dynamics and Control* 12(2-3), 385–423.
- Hamilton, J. D. [1989] “A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle,” *Econometrica* 57(2), 357–384.
- Hamilton, J. D. [1990] “Analysis of time series subject to changes in regime,” *Journal of Econometrics* 45(1-2), 39–70.
- Lettau, M., and S. Ludvigson [2001a] “Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns,” *Journal of Finance* 56, 815–49.
- Lettau, M., and S. Ludvigson [2001b] “Resurrecting the (C)CAPM: A Cross-Sectional Test When Risk Premia Are Time-Varying,” *Journal of Political Economy* 109, 1238–87.
- Merton, R. C. [1973] “An intertemporal capital asset pricing model,” *Econometrica* 41(5), 867–887.
- Munk, C. [2013] *Financial Asset Pricing Theory*. Oxford University Press.
- Nelson, D. B. [1991] “Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach,” *Econometrica* 59(2), 347–370.
- Weil, P. [1989], “The Equity Premium Puzzle and the Risk-free Rate Puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 24 (3), 401–421.