Discussion Paper Series
RIEB
Kobe University

DP2023-J06

# 経済成長と不平等：財政金融政策の役割*

神戸大学経済経営研究所ジュニアリサーチフェロー
**宮下　大輔**

2023 年 6 月 26 日

*本ディスカッションペーパーは令和４年度兼松賞の受賞論文です。

神戸大学 経済経営研究所
〒657-8501　神戸市灘区六甲台町 2-1

# 経済成長と不平等：財政金融政策の役割*

宮下　大輔†

2023 年 6 月 24 日

## 要旨

本論文では，代表的消費者の分配理論を拡張し，持続可能な財政ルール，一定の貨幣成長率ルール，弾力的な労働供給，および，異質な初期資産を伴う内生的成長モデルを用いることで，短期(移行動学)と長期(定常状態)における財政金融政策，経済成長，および不平等の関係を検討する。本論文のモデルでは，平均余暇，政府債務・実質貨幣比率，および政府債務・民間資本比率によって利子率と賃金率が決定され，それが経済成長率，インフレ率，および消費者間の分配に影響を与える。本論文の分析結果より，経済成長を加速する政府の公共政策の実施において，経済成長率と不平等の指標との間には異なる関係があることが示される。本論文の政策的含意は，政府が適切に政策運営を実施することで，経済成長加速と所得の不平等緩和を達成する政策手段を有しているということである。

**キーワード**：財政金融政策，経済成長，不平等，余暇と労働供給の時間配分，資産ポートフォリオ

**JEL 区分**: E63, H30, H63, O42

---

*本論文は，神戸大学経済経営研究所および兼松株式会社より令和 4 年度兼松賞を受賞した論文である。本論文の執筆において，玉井寿樹先生，柳瀬明彦先生，立石寛先生（以上，名古屋大学），2022 年度日本応用経済学会秋季大会において討論者を引き受けていただいた北浦康嗣先生（法政大学），および兼松賞の審査委員の先生方には多くの貴重なコメントをいただいた。記して感謝申し上げる。なお，本論文に残された誤りの責は筆者に帰すものである。

†名古屋大学大学院経済学研究科，Email: miyashita.daisuke.j7@s.mail.nagoya-u.ac.jp

## 1. はじめに

2007 年から 2009 年にかけての金融危機や Covid-19 パンデミック危機などの最近の危機により，経済協力開発機構 (OECD) 諸国は強力な財政金融政策を実施し､政府債務残高の国内総生産 (GDP) 比率と中央銀行のバランスシートを大幅に引き上げあげた。こうした短期的な経済変動に加え，1980 年代以降，不平等が拡大していることが観察される。これらの現象は，財政金融政策，経済成長および不平等の関係について 2 つの重要な問題を提起する。すなわち，「財政金融政策は経済パフォーマンスにどのように影響するのか」，「不平等に対する財政金融政策の帰結は何か」，ということである。本論文では，これら 2 つの問いを理論的に検討する。

Covid-19 パンデミック以後の世界経済において，問題の一つになるのは，将来の財政改革が経済成長と所得の不平等に与える影響であろう。経済成長率と所得の不平等は内生変数であるため，財政金融政策が経済成長率に影響を与える場合，それは所得不平等の大きさを変化させせることになる。この関係は，財政金融政策の安定化効果が経済成長と不平等にどのように影響するのかという本質的な問題につながる。しかし，Gokan and Turnovsky (2021)を除いて，財政・金融政策が経済成長と所得不平等に与える影響を考察した理論的研究はほとんどない。したがって，現実経済の側面および学術的な側面の双方において財政金融政策と経済成長･所得不平等の関係を考えることは意義のあることといえる。

本論文は，代表的消費者の分配理論を用いることで，初期資産の異質性のみを仮定した García-Peñalosa and Turnovsky (2006) や Turnovsky and García-Peñalosa (2008) の理論モデルに基づいている。彼らの研究では，余暇の役割が不平等の大きさの決定において重要な役割を果たすことが示されている [1]。その後，Gokan and Turnovsky (2021)は，先行研究においては考察されていなかった資産構成の変化が経済成長や所得不平等に及ぼす影響について分析を行っている。具体的には，政府債務および貨幣を明示的に導入することで，有利子資産と貨幣の 2 種類の資産が存在する経済を想定することで，政府債務政策が経済成長と所得不平等に及ぼす影響についての分析を行っている。しかしながら，彼らの分析では，債務・貨幣比率を一定とすることで，実質的には金融政策は財政政策に従属し，貨幣の超中立性が満たされるような設定になっている。しかし，現代の先進国経済では，マクロ経済政策運営において，ここまで極端な政策をとっているというよりも，財政政策も金融政策もある程度の独立なルールに従って行動すると仮定することが望ましいだろう。したがって，本論文では，Bohn (1998)の財政の持続可能性ルールと Friedman (1960)に基づく貨幣成長率一定ルールを用いることにする。つまり，Gokan and Turnovsky (2021) は，内生的成長モデルにより，財政金融政策の経済成長と所得不

[1] 彼らのモデルは Caselli and Ventura (2000) の代表的消費者の分配理論 (Representative Consumer Theory of Distribution: RCTD) に基づいている。RCTD については，Turnovsky (2013, 2020) などを参照されたい。

平等への影響を分析しているが，政府債務と貨幣の比率を一定とするように財政金融政策を行うことで貨幣の超中立性が仮定され，財政政策と金融政策の相互関連までは分析されていない。したがって，本論文では，政府債務・貨幣比率が内生的に決まるような状況を想定し，財政・金融政策が資産構成への影響を通じて経済成長や所得不平等に及ぼす影響を分析する。このような仮定の下，貨幣の非中立性と金融政策の所得不平等への影響を考察し，先行研究とは異なる結果が示される。

経済危機の終息後に行うべき財政金融政策について，一部の経済学者は，景気後退に備えて財政金融政策の余地を維持することの重要性を主張している。例えば，Romer and Romer (2018)は，過去 24 回の経済危機において，政策余地がある場合，生産の減少は 1%未満であったのに対し，政策余地がない場合，これらの値の低下は 10%近くであったことを示している。

Barro (1979)の課税平準化理論は，こうした反循環的政策について，持続可能な財政政策から考察した先駆的なアプローチである。彼は，政府が課税の歪みを最小限に抑えるように行動し，その結果，財政赤字が不況時に拡大し，平常時に縮小することを示した。Barro (1979)の課税平準化理論は，長期的な財政を検討するための理論的基礎を提供し，その後の研究の主要なフレームワークの一つとなっている。その後，Bohn (1998)は，Barro (1979)の課税平準化理論を適用し，財政が持続可能である条件を検証した。彼は，基礎的財政収支の黒字の GDP 比率が政府債務残高の GDP 比率と正の相関関係にある場合，財政は持続可能であることを示した。この研究を発展させることによって，Mendoza and Ostry (2008)や Aldama and Creel (2019)は，米国の財政が持続可能かどうかを検証している。彼らは，米国の財政は，長期的に見れば，財政改革が行われており，最終的に持続可能であると結論付けている。その結果，現在，ほとんどすべての経済学者と政策立案者は，短期的な財政赤字ではなく，長期的な財政の持続可能性に焦点を合わせるようになっている。

ところで，近年，Sims (2013) は，貨幣市場と債券市場の相互連関について分析を行い，貨幣の重要性について述べている。Sims (2013) は，財政当局と金融当局によって構成される「統合政府」を考慮することによって，財政政策と金融政策の関連とインフレ率や政府債務残高の GDP 比率といった経済パフォーマンスの関係について分析を行っている [2]。その後の研究では，このような統合政府を考慮した議論において，財政政策と金融政策が双方とも重要であり，状況に応じて政策運営を行うことの重要性が述べられている。たとえば，Schmitt-Grhohé and Uribe (2004) や Leeper and Zhou (2021) は，Barro (1979) の課税平準化理論に貨幣的側面を導入し，金融政策が財政の持続可能性に及ぼした影響について分析を行っている。

本論文の分析により，基礎的財政収支の対 GDP 比率の上昇を促す長期的な財政改革

[2] このようなフレームワークに基づいた先駆的研究は Sargent and Wallace (1981)を端緒としている。

は，短期的には，経済成長率を減少させるが，長期的には経済成長率を上昇させることが示された。さらに，こうした財政改革は，短期的にも長期的にも，所得不平等を縮小させることが示された。しかし，経済成長を加速させる貨幣成長率の上昇は，短期的にも長期的にも所得不平等を拡大することが示された。このような結論が得られるメカニズムは，労働供給と余暇の間の時間配分の選択においては，資産を多く持つ家計は労働供給を少なくすることによる。また，貨幣と有利子資産の間のポートフォリオ選択において，資産を多く持つ家計は，貨幣の資産のなかに占める割合を小さくすることによる。つまり，貨幣成長率の上昇は，賃金率を上昇させることを通じて労働供給を増加させるが，インフレ率の上昇は，資産をより多く保有する家計には，有利子資産をより多く保有させる。このことによって所得不平等を拡大させる。

本論文の構成は以下のとおりである。第 2 節では，モデルの基本構造について記述する。第 3 節では，経済の動学システムを導出し，定常状態の特性を説明する。第 4 節では数値シミュレーションを行い，さらなる洞察を得る。最後に，第 5 節では，結論について述べる。

## 2. モデル

本節では，経済モデルの基本構造について説明する。本論文における経済は，閉鎖経済を想定する。この経済は，労働投入および民間資本ストックを用いることによって財の生産を行う無数の対称企業，民間資本ストック，国債，および貨幣によって構成される初期の資産賦存量を除いて，全ての点において同質的な無限期間生きる家計，所得税を受け取り，貨幣および政府債務発行から収入を得る統合政府によって構成される。

### 企業

生産部門は，多数の対称的な企業によって構成され，各企業は$j$で添え字がつけられている。企業の合計を 1 に基準化する。各企業は，同質的な生産技術を有し，完全競争市場において財の生産を行う。Romer (1986) に従い，代表的企業$j$の生産技術は，

$$Y_j = F\left(L_j K, K_j\right) \tag{1a}$$

によって表される。ただし，$Y_j$，$L_j$，および$K_j$は企業$j$の産出量，労働投入，および民間資本ストックを，それぞれ表している。添え字がない$K$は，平均民間資本ストックを表しており，「知識」に相当し，公共財的な役割を果たしている。生産関数(1a)式は，新古典派的な性質を有しており，労働投入$L_j$および民間資本ストック$K_j$の双方に対しては，規模に関して収穫一定であり，限界生産性は正であり，かつ逓減すると仮定する。平均民間資本および平均労働需要は，$K = \int_0^1 K_j\, dj$および$L = \int_0^1 L_j dj$がそれぞれ満たされる。このような設定の下，平均生産関数は

$$Y = F(LK, K) = f(L)K, \qquad f'(L) > 0, \qquad f''(L) < 0 \tag{1b}$$

と書くことができる。(1b)式は，平均民間資本は，均衡において，正の外部性を有しており，資本ストック$K$の収穫一定性より，内生的成長を生じさせることを示している。

完全競争市場の仮定より，生産要素価格は，各生産要素の限界生産性によって決定される。生産関数を各生産要素によって微分し，企業の対称性の仮定を用いると，以下の式を得ることができる。

$$\left(\frac{\partial F}{\partial L_j}\right)_{K_j=K, L_j=L} = f'(L)K \equiv w(L, K) \tag{2a}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial K_j}\right)_{K_j=K, L_j=L} = f(L) - Lf'(L) \equiv r(L) \tag{2b}$$

(2a)式および(2b)式は，賃金率$w(L, K)$は，労働投入および民間資本ストックに依存しているが，利子率は，労働投入のみに依存していることを示している。これは，成長経済においては，平均労働投入が相対的に希少になるため，資本蓄積によって，賃金率が上昇していくことを示している。生産関数の性質と(2a)式および(2b)式より，$\partial w/\partial L = f''(L) < 0, \partial r/\partial L = -Lf''(L) > 0$ を得る。また，稲田条件$f(0) = 0, \lim_{L\to 0} f'(L) = \infty, \lim_{L\to\infty} f'(L) = 0$が満たされていることも仮定する。

## 消費者

家計部門は，多数の消費者によって構成されており，各消費者は，$h$の添え字がつけられている。消費者の合計についても 1 に基準化する。消費者は，民間資本ストック，国債，および実質貨幣によって構成される初期資産賦存量$a_{h,0}$を除いて，全ての点において同質的であると仮定する。

経済は成長しているので，平均資産に対する家計$h$の資産のシェア，すなわち，$\omega_h \equiv a_h/a$に焦点を当てる。ただし，$a_h$および$a$は，それぞれ，消費者$h$の資産および家計全体の平均資産を表しており，$\omega_h$は相対資産である。相対資産の平均を 1 に基準化し，相対資産は，分散$s_\omega^2$の分布関数$D(\omega_h)$にしたがって分布していると仮定する。ここで，$s_\omega^2$は資産不平等の指標を示している。したがって，資産を多く持つ家計の相対資産は 1 を上回り($\omega_h > 1$)，資産が少ない家計の相対資産は 1 を下回る($\omega_h < 1$)。

総資産$a$は，民間資本ストック$K$，国債$B$，および実質貨幣$m$によって構成され，家計は，Sidrauski (1967) にしたがって，貨幣保有から効用を得る [3]。また，各消費者は，一単位の時間を有しており，それを余暇$l_h$または労働供給$L_h \equiv 1 - l_h$に配分する。このような想定の下，代表的消費者$h$は，消費$C_h$，余暇$l_h$，および実質貨幣$m_h$に依存する異時点間の代替の弾力性が一定の生涯効用の積分値を，実質予算制約式および資産構成式

[3] マクロ経済学の文献では，貨幣を扱う手法は，貨幣が効用関数に入ったモデル(Money in the utility: MIU モデル)を含めて 3 つのアプローチがある。MIU のほかは，キャッシュインアドバンスアプローチと取引費用アプローチがある。サーベイについては Wang and Yip (1992) を参照されたい。

の下で最大化する。消費者$h$の名目予算制約式は

$$PC_h + \dot{M}_h + \frac{d}{dt}(PW_h) = P[iK_h - \tau_r(i-\pi)K_h + (1-\tau_w)(1-l_h)w(L,K)] + iPB_h - \tau_r(i-\pi)PB_h$$

と書くことができる。なお，変数の上のドットは，時間微分を示している。ただし，$M_h$は名目貨幣，$P$は物価水準，$i$は名目利子率を示している。$PW_h$は名目有利子資産を示しており，$d(PW_h)/dt$は名目有利子資産の変化を示している。この名目予算制約式は，政府は国債の実質利子率のみに課税し，民間資本の実質利子率と国債の実質利子率は等しくなることを示している。ここで，フィッシャー方程式 $i = r + \pi$を用いると，実質予算制約式

$$\dot{m}_h + \dot{W}_h = (1-\tau_r)r(L)W_h + (1-\tau_w)(1-l_h)w(L,K) - \pi m_h - C_h$$

を得る。したがって，家計は以下のように，実質予算制約式と資産の構成式の下で生涯効用の積分値を最大化する。

$$\max_{C_h, l_h, m_h} \int_0^\infty \frac{1}{\gamma}\left(C_h(t) l_h^\eta m_h^\nu\right)^\gamma e^{-\rho t}\, dt\,, \text{with} -\infty < \gamma < 1, \eta > 0, 1 > \gamma(1+\eta+\nu) \tag{3}$$

s. t.

$$\dot{m}_h + \dot{W}_h = (1-\tau_r)r(L)W_h + (1-\tau_w)(1-l_h)w(L,K) - \pi m_h - C_h, \tag{4a}$$

$$a_h = m_h + W_h \tag{4b}$$

ただし，$\rho > 0$, $\eta > 0$, $\nu > 0$, $\tau_r \in (0,1)$，および$\tau_w \in (0,1)$は，時間選好率，余暇の効用弾力性，実質貨幣の効用弾力性，資本所得税率，および労働所得税率をそれぞれ表している。$\varepsilon \equiv 1/(1-\gamma)$は，異時点間の代替の弾力性であり，$\gamma$はそれを構成するパラメータである。実証研究の多くは，$\varepsilon$が 1 を下回っていることを示唆しており，$\gamma < 0$と仮定する。代表的消費者$h$の最適化問題は，(4a)式および(4b)式を制約として，(3)式を最大化するように，消費$C_h$，余暇$l_h$，実質貨幣$m_h$，および資産蓄積率を選択することである。この家計の効用最大化問題の現在値ハミルトニアンは，次のように記述される。

$$H_h = \frac{1}{\gamma}\left(C_h(t) l_h^\eta m_h^\nu\right)^\gamma + \lambda_{1,h}\{(1-\tau_r)r(L)W_h + (1-\tau_w)(1-l_h)w(L,K) - \pi m_h - C_h\}$$

$$+\lambda_{2,h}(a_h - m_h - W_h) \tag{5}$$

ただし，$\lambda_{1,h}$は資産の影の価格，$\lambda_{2,h}$はラグランジュ乗数を示している。したがって，効用最大化の一階条件は

$$C_h^{\gamma-1} l_h^{\eta\gamma} m_h^{\nu\gamma} = \lambda_{1,h} \tag{6a}$$

$$\eta C_h^\gamma l_h^{\eta\gamma-1} m_h^{\nu\gamma} = \lambda_{1,h}(1-\tau_w)w(L,K) \tag{6b}$$

$$\lambda_{2,h} = \nu C_h^\gamma l_h^{\eta\gamma} m_h^{\nu\gamma-1} - \lambda_{1,h}\pi \tag{6c}$$

$$\dot{\lambda}_{1,h} = \rho\lambda_{1,h} - \lambda_{2,h} \tag{6d}$$

$$\lambda_{2,h} = \lambda_{1,h}(1-\tau_r)r \tag{6e}$$

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_{1,h} a_h e^{-\rho t} = 0 \tag{6f}$$

である。(6a)式は，消費者$h$の消費の限界効用が消費者$h$の資産の影の価格に等しいこと

を示している。(6b)式は，消費者$h$の余暇の限界効用が課税後の賃金に等しいことを示している。(6d)式および(6e)式を用いると，資産収益率が消費収益率と等しいことが確認できる。さらに，(6c)式および(6e)式を用いると，資産収益率が消費者$h$の貨幣の限界効用と等しいことを確認することができる。また，横断性条件(6f)も満たされる。

## 政府

政府は, Leeper (1991), Sims (1994), および Woodford (1994)などに従い，財政当局と金融当局からなる統合政府を想定する。この統合政府は, 所得税を受け取るともに, 政府債務および名目貨幣の発行から歳入を得るとする。なお，ここでは，政府債務の影響にのみ焦点を当てるため，政府消費は非生産的であり，効用には影響しないと仮定する。財政当局と金融当局によって構成される統合政府の予算制約式は

$$\begin{aligned}\dot{B}+\dot{m} &= r(L)B(1-\tau_r)-\left[(1-\tau_r)r(L)K+(1-\tau_w)(1-l)w(L,K)-C_p\right]-\pi m \\ &= r(L)B(1-\tau_r)-S-\pi m \end{aligned} \tag{7}$$

となる。この式は，国債費および政府消費が，租税，国債発行およびマネーファイナンスまたは中央銀行の公開市場操作によって賄われることを示している。ただし，$C_p$は政府消費であり，$S>0$は基礎的財政収支の黒字である。財政当局は，Bohn (1998) において考察されたように, 持続可能な財政政策を行っており, 基礎的財政収支の黒字の GDP 比率は政府債務残高の GDP 比率に対して正の線形関数

$$\frac{S}{Y}=\phi+\beta\frac{B}{Y} \tag{8}$$

であると仮定する[4]。ただし，$\phi\in\mathbb{R}$は，GDP が変動した場合に, 基礎的財政収支の黒字の水準を決定するパラメータであり，$\beta$は，政府債務の変化に対する基礎的財政収支の黒字の反応の強さを決定するパラメータである。例えば，$\phi$は，景気後退期の財政政策の変化に対して，基礎的財政収支の黒字がどの程度反応するかを示し，$\beta$は, 長期的に財政規律がどの程度厳格であるかを示している。中央銀行は，名目貨幣供給を一定率$\theta$で成長させる。したがって, 実質貨幣の成長率は

$$\frac{\dot{m}}{m}=\frac{\dot{M}}{M}-\pi=\theta-\pi \tag{9}$$

と記述される。この金融政策のルールは，マネタリストの貨幣供給ルールに基づいている（例えば，Friedman, 1960 を参照)。(8)式と(9)式の設定の組み合わせは Greiner (2015) と同様の設定である。(7)式に，(8)式と(9)式を代入すると

$$\dot{B}(t)=(r(L)(1-\tau_r)-\beta)B-\phi f(L)K-\theta m \tag{7'}$$

を得る。なお，非ポンジー・ゲーム条件

---

[4] $C_p/Y$が内生変数である。

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\int_0^t (1-\tau_r)r(\xi)d\xi} B(t) = 0 \tag{10}$$

も保持されるので，異時点間の予算制約式は満たされる。

次に，労働市場が均衡する場合，

$$L = \int_0^1 L_j \, dj = \int_0^1 (1-l_h)\, dh = 1 - l \tag{11}$$

が満たされる。ただし，左辺は総労働需要を示しており，右辺は総労働供給を示している。(2a)式および(2b)式は，(11)式を用いることで，$l$の関数として

$$w(L,K) = f'(L)K = f'(1-l)K = \tilde{w}(l)K \tag{12a}$$

$$r(L) = f(L) - Lf'(L) = f(1-l) - (1-l)f'(1-l) = \tilde{r}(l) \tag{12b}$$

と表現できる。

## 3. 動学システム

本節では，2 節で記述した基本設定によって構築される経済の動学システムを導出する。本論文のモデルでは，移行動学が存在し，他の経済変数と同様に，資産分布は時間経路に沿って変化し，定常状態に収束する。つまり，初期資産の分布は，通常，定常状態の分布とは異なるものである。

### 3.1. 余暇，政府債務・実質貨幣比率，および政府債務・民間資本比率の動学

本論文で分析される経済に存在する資産は，民間資本，国債，実質貨幣から構成されているので, 経済を$m$，$B$，$l$，および$K$の 4 つの変数を持つ微分方程式として記述する[5]。若干の計算を行うことによって，平均民間資本ストック，平均実質貨幣，および平均余暇の成長率を

$$\frac{\dot{K}}{K} = (1-\tau_r)\tilde{r}(l) + (1-\tau_w)\tilde{w}(l)(1-l)\left(1 - \frac{l}{(1-l)\eta}\right) + \beta\frac{B}{K} + \phi f(1-l) \tag{13}$$

$$\frac{\dot{m}}{m} = \theta - \nu(1-\tau_w)\tilde{w}(l)\frac{l}{\eta}\frac{K}{m} + (1-\tau_r)\tilde{r}(l) \tag{14}$$

$$\frac{\dot{l}}{l} = \frac{G(l,K,B)}{H(l)} \tag{15}$$

と表すことができる。ただし

$G(l,B,K) = \rho - (1-\tau_r)\tilde{r}(l) - (\gamma - 1 + \nu\gamma)$

[5] 動学方程式の導出については補論 A1 を参照されたい。

$$\times\left((1-\tau_r)\tilde{r}(l)+(1-\tau_w)\widetilde{w}(l)(1-l)\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right)+\beta\frac{B}{K}+\phi f(1-l)\right) \tag{16a}$$

$$H(l)=(\gamma-1+\nu\gamma)\left(\frac{\widetilde{w}'(l)l}{\widetilde{w}(l)}+1\right)+\eta\gamma \tag{16b}$$

である。したがって，この経済の体系は，(7′)式，(13)式，(14)式，および(15)式の 4 本の微分方程式からなる。これは，経済全体の平均民間資本ストック，政府債務，実質貨幣，および余暇によって構成される 4 次元連立微分方程式を意味する。さらに，政府債務・実質貨幣比率を$x\equiv B/m$，政府債務・民間資本比率を$z\equiv B/K$と定義することで，この動学システムを次のように書き換えることができる。

$$\frac{\dot{x}}{x}=\left(-\phi f(1-l)\ +\nu(1-\tau_w)\widetilde{w}(l)\frac{l}{\eta}x\right)z^{-1}-\beta-\theta(x^{-1}+1) \tag{17}$$

$$\frac{\dot{z}}{z}=-(1-\tau_w)\widetilde{w}(l)(1-l)\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right)-\beta(1+z)-\theta x^{-1}-\phi(1+z^{-1})f(1-l) \tag{18}$$

$$\frac{\dot{l}}{l}=\frac{G(l,z)}{H(l)} \tag{19}$$

ここで，(16a)式および(16b)式を変形すると

$$G(l,z)=\frac{(1-\tau_r)\tilde{r}(l)-\rho}{1-\gamma-\nu\gamma}-\left((1-\tau_r)\tilde{r}(l)+(1-\tau_w)\widetilde{w}(l)(1-l)\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right)+\beta z+\phi f(1-l)\right) \tag{20a}$$

$$H(l)=\frac{\widetilde{w}'(l)l}{\widetilde{w}(l)}+1-\frac{\eta\gamma}{1-\gamma-\nu\gamma}>0 \tag{20b}$$

を示している。(17)式，(18)式，(19)式，(20a)式，および(20b)式より，集計変数の動学システムは，$\omega_h$のような分布変数に依存しないことを示している。

### 3.2. 均衡成長経路

まず，市場均衡と均衡成長経路を以下のとおり定義する。

**定義 1**　市場均衡は，企業の利潤最大化，家計の効用最大化，市場清算条件，および政府の異時点間の予算制約式を満たす変数$\{l(t),K(t),B(t),m(t)\}_{t=0}^{\infty}$および要素価格$\{w(t),r(t)\}_{t=0}^{\infty}$の流列である。

**定義 2**　均衡成長経路は，$\{w(\infty),r(\infty)\}$における市場均衡の経路である。

次に，均衡成長経路の特性について説明する。余暇は有限なので，余暇の成長率は定常状態では$\dot{l}/l=0$であり，

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = -\frac{f'(1-l)l}{f(1-l)}\frac{\dot{l}}{l} + \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{K}}{K} \tag{21}$$

が得られるので，(21)式を用いると，均衡成長経路では，平均消費，平均民間資本ストック，平均実質貨幣，および平均産出水準の成長率は

$$g \equiv \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{m}}{m} = \frac{\dot{Y}}{Y} \tag{22}$$

となり，同一の一定率である。

均衡成長経路における非ポンジー・ゲーム条件は，(10)式を用いて，

$$\lim_{t\to\infty} P_0\, e^{-\int_0^t (1-\tau_r) r(\xi) d\xi} B(t) = \lim_{t\to\infty} P_0 B_0 e^{(g_B-(1-\tau_r)r^*)t} = 0 \tag{10′}$$

であることがわかる。ここで，$r^*$は長期利子率，$B_0$は初期の政府債務残高，$P_0$は初期の物価水準，そして，$g_B$は政府債務の成長率を示している。したがって，$g_B < (1-\tau_r)r^*$が満たされることとなる。

本論文のモデルでは，すべての消費者が同一の横断性条件に直面するので，集計的な横断性条件は次のように記述される。

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_1 a e^{-\rho t} = 0 \tag{6f′}$$

(6f′)を用いることにより以下の 3 つの不等式が得られる。

$$g < (1-\tau_r)\tilde{r}(l) \tag{23}$$

$$(1-\tau_w)(1-l)\widetilde{w}(l)K < \big((1-\tau_r)\tilde{r}(l) + \pi\big)m + C \tag{24a}$$

$$l^* > \frac{\eta}{1+\nu+\eta} \tag{24b}$$

(23)式は，課税後の利子率が均衡成長率を上回っていることを意味し，(24a)式は，経済全体の課税後の労働所得が経済全体の消費と貨幣の収益よりも小さいことを示している。さらに， (24b)式は経済全体の余暇の制約を示している。

家計の横断性条件と非ポンジーゲーム条件より，政府の異時点間の予算制約式を満たす財政ルールを$g_B \le g$として得る。ここでは，政府債務が均衡成長率と同率で増加するルール$g_B = g$にのみ着目する。

## 3.3. 均衡動学

まず，定常状態の均衡値は

$$x^* = \frac{D_1}{2\nu(1-\tau_w)\widetilde{w}(l^*)\frac{l^*}{\eta}} \tag{17′}$$

$$x^* = \frac{\theta}{D_2} \tag{18′}$$

$$z^* = \frac{D_3}{\beta} \tag{19'}$$

で示される。ただし,

$$D_1 = \phi f(1-l^*) + (\beta+\theta)z^* + \sqrt{(-\phi f(1-l^*) - (\beta+\theta)z^*)^2 + 4\nu(1-\tau_w)\tilde{w}(l^*)\theta z^* \frac{l^*}{\eta}}$$

$$D_2 = -(1-\tau_w)\tilde{w}(l^*)(1-l^*)\left(1-\frac{l^*}{(1-l^*)\eta}\right) - \beta(1+z^*) - \phi\left(1+{z^*}^{-1}\right)f(1-l^*)$$

$$D_3 = \frac{(1-\tau_r)\tilde{r}(l^*) - \rho}{1+\nu\gamma-\gamma} - (1-\tau_r)\tilde{r}(l^*) + (1-\tau_w)\tilde{w}(l^*)(1-l^*)\left(1-\frac{l^*}{(1-l^*)\eta}\right) - \phi f(1-l^*)$$

である。ここで,(17′)式,(18′)式,および(19′)式より以下の命題が得られる。

**命題 1:** 代替の弾力性が一定の生産関数を仮定すると,

$$\left(\frac{1}{(1+\nu\gamma-\gamma)(1-l)}+1\right)(1-\tau_r)\frac{1-\alpha}{\sigma} + (1-\tau_w)\left(\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right)\frac{1-\alpha}{\sigma} - \left(\frac{1+\eta}{\eta}\right)\right) < \phi < 0$$

を満たす場合,一意の均衡成長経路が存在する。ただし,$\alpha$は労働所得のシェア,$\sigma$は代替の弾力性を示すパラメータである。

**証明**:補論 A2 を参照。

(17)式, (18)式, および(19)式を定常状態の近傍で線形近似すると

$$\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{z}\\ \dot{l}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13}\\ b_{21} & b_{22} & b_{23}\\ b_{31} & b_{32} & b_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-x^*\\ z-z^*\\ l-l^*\end{pmatrix} \tag{25}$$

を得る。ただし,

$$b_{11} = \left(-\phi + \frac{2\nu(1-\tau_w)\alpha x^* l^*}{(1-l)\eta}\right)f(1-l^*)\,{z^*}^{-1} - (\beta+\theta) \lesseqgtr 0$$

$$b_{12} = \left(\phi - \frac{\nu(1-\tau_w)\alpha l^* x^*}{(1-l^*)\eta}\right)f(1-l^*)\,{z^*}^{-2}x^* < 0$$

$$b_{13} = \left(\phi + \nu(1-\tau_w)\frac{1}{\eta}x^*\left(\frac{(1-\alpha)l^*}{(1-l^*)\sigma}+1\right)\right)\frac{\alpha f(1-l^*)}{1-l^*}{z^*}^{-1}x^* \lesseqgtr 0$$

$$b_{21} = \theta {x^*}^{-2}z^* > 0$$

$$b_{22} = \left(-\alpha(1-\tau_w)\left(1-\frac{l^*}{(1-l^*)\eta}\right) - \phi\right)f(1-l^*) - \beta(1+2z^*) - \theta {x^*}^{-1} \lesseqgtr 0$$

$$b_{23} = \left((1-\tau_w)z^*\left(\frac{1-\alpha}{\sigma}\left(1-\frac{l^*}{(1-l^*)\eta}\right) - \frac{1+\eta}{\eta}\right) + \phi(z^*+1)\right)\frac{\alpha f(1-l^*)}{1-l^*} \lesseqgtr 0$$

$$b_{31} = 0$$

$$b_{32} = -\frac{\beta l^*}{H(l^*)} < 0$$

$$b_{33} = \frac{G_l(l^*, z^*) l^*}{H(l^*)} > 0$$

$$G_l(l^*, z^*) = \left( (1-\tau_r) \frac{\gamma(1+\nu)}{1-\gamma-\nu\gamma} \frac{1-\alpha}{\sigma} + (1-\tau_w) \left( \left( 1 - \frac{l^*}{(1-l^*)\eta} \right) \frac{1-\alpha}{\sigma} + \frac{1+\eta}{\eta} \right) + \phi \right) \frac{\alpha f(1-l^*)}{1-l^*} > 0$$

である。したがって，(25)式のヤコビ行列から特性方程式を求め，固有値の符号およびトレースの符号を導出することにより, 均衡成長経路の安定性について検証することができる。しかしながら，この経済における微分方程式体系は複雑なため，均衡成長経路の安定性の性質を解析的に導出することは困難である。したがって，本論文では，5 節において数値計算によって均衡成長経路の安定性をも考察する [6]。

均衡成長経路が安定な鞍点であることを仮定すると， $x$，$z$および$l$の局所的な時間経路は，それぞれ

$$z(t) = z^* + (z_0 - z^*) e^{\mu t} \tag{26a}$$

$$x(t) = \left( \frac{b_{12}(\mu - b_{33}) + b_{13} b_{32}}{(\mu - b_{11})(\mu - b_{33})} \right) (z(t) - z^*) + x^* \tag{26b}$$

$$l(t) = l^* + \underbrace{\frac{b_{32}}{\mu - b_{33}}}_{+} (z(t) - z^*) \tag{26c}$$

である。ただし，$\mu < 0$は負の固有値を示している。(26a)式，(26b)式，および(26c)式において，政府債務・民間資本比率$z$は先決変数（状態変数）であり，政府債務・実質貨幣比率$x$，および余暇$l$はジャンプ変数（非先決変数）である。$b_{32} < 0$かつ$\mu - b_{33} < 0$であるので， 余暇と政府債務・民間資本比率の間には正の関係がある。直感的には，(26c)式は，移行動学において，政府債務が蓄積（削減）され，政府債務・民間資本比率が上昇（低下）した場合，民間資本の収益率を低下（上昇）させ，消費の収益率を低下（上昇）させる。その結果，家計は余暇を増加（減少）する。しかし，政府債務・民間資本比率と政府債務・実質貨幣比率の関係は，パラメータ値に依存して決まる。したがって，パラメータの特定の仮定なくして判定できない。

## 3.4. 相対資産のダイナミクス

次に, 相対資産のダイナミクスについて考察する。相対資産の微分方程式は定義より

[6] 5 節で行う数値計算では，現実的なパラメーターを用いることで，均衡成長経路の鞍点安定性が満たされることが示される。

$$\dot{\omega}_h(t) = \left(\frac{\dot{a}_h}{a_h} - \frac{\dot{a}}{a}\right)\omega_h$$

$$= (1-\tau_w)\tilde{w}(l)(1+z+x^{-1}z)^{-1}\left[\left((1-l_h) - \frac{l_h}{\eta}(\nu+1)\right) - \left((1-l) - \frac{l}{\eta}(\nu+1)\right)\omega_h\right] \tag{27}$$

として得られる。(27)式は，相対資産の変化を表している。消費者$h$の余暇の動学方程式は

$$\frac{\dot{l}_h}{l_h} = \frac{\dot{l}}{l} = 0 \tag{28}$$

を満たすので，(28)式は，均衡値$l_h^*$が存在することを示し，命題 1 およびこの関係式(28)より

$$l_h^* = \varphi_h l^* \tag{28'}$$

を得る。(28′)式より，定常状態において，家計$h$の余暇は平均余暇の一定割合$\varphi_h$であることが明らかである。(24b)式に注目すると，(27)式において，$\omega_h$の係数は正であり，これは，長期的な安定性および横断性条件と一致する唯一の条件は，(27)式の右辺の角括弧のなかの値がゼロであることを意味する。すなわち，相対余暇は，以下の「相対労働供給関数」

$$l_h^* - l^* = \left(l^* - \frac{\eta}{1+\eta+\nu}\right)(\omega_h^* - 1) \tag{29}$$

を満たしている。(29)式は，消費者$h$の余暇と相対資産$\omega_h$の間の正の関係を示しており，これは，資産を多く持つ家計の余暇の限界効用は，資産が少ない家計の余暇の限界効用よりも大きいことによるものである [7]。

次に，消費者$h$の相対資産と余暇の動学式を導出する。命題 1 および均衡解$l_h^*$と$\omega_h^*$の存在より，均衡成長経路が鞍点安定である場合，(27)式を定常状態$l^*, x^*$，$z^*$および$\omega_h^*$の近傍で線形近似すると，局所的な動学経路

$$\omega_h(t) - 1 = \delta(t)(\omega_h^* - 1) \tag{30a}$$

が得られる [8]。ただし

$$\delta(t) \equiv 1 + \frac{(1-\tau_w)\alpha f(1-l^*)}{(1-l^*)(1+z+x^{-1}z)(b_{44}-\mu)}\left(1 - \frac{l(t)}{l^*}\right) \tag{31a}$$

である。(30a)式および(31a)式において$t = 0$とすると

$$\omega_{h,0} - 1 = \delta(0)(\omega_h^* - 1) \tag{30b}$$

および

---

[7]労働供給の標準偏差は，$s_L^* = l_h^* - l^* = (l^* - \eta/(1+\eta+\nu))s_\omega^*$である。$l^* - \eta/(1+\eta+\nu) < 1$より，労働供給の標準偏差は資産の標準偏差よりも小さいことがわかる。

[8] 導出過程については補論 A3 を参照されたい。

$$\delta(0) \equiv 1 + \frac{(1-\tau_w)\alpha f(1-l^*)}{(1-l^*)(1+z+x^{-1}z)(b_{44}-\mu)}\left(1-\frac{l(0)}{l^*}\right) \tag{31b}$$

を得る。ここで，(30a)式および(30b)式より以下の関係式

$$\omega_h(t) - 1 = \frac{\delta(t)}{\delta(0)}\left(\omega_{h,0} - 1\right) \tag{32}$$

を得る。$s_\omega^2 = \int_0^1 (\omega_i(t)-1)^2 di = \left(\delta(t)\right)^2 \int_0^1 (\omega^* - 1)^2 di$ および $s_{\omega,0}^2 = \int_0^1 \left(\omega_{i,0} - 1\right)^2 di = \left(\delta(0)\right)^2 \int_0^1 (\omega^* - 1)^2 di$ であることを用いると，(32)式より，相対資産の標準偏差は

$$s_\omega = \frac{\delta(t)}{\delta(0)}\, s_{\omega,0} \tag{33}$$

であることが示される。したがって，相対資産の標準偏差は，初期の相対資産の標準偏差の一定割合であることがわかる。この結果は，資産不平等は$l(t)$，$x(t)$，および$z(t)$だけでなく，$l(0)$にも依存することを示している。このとき相対資産$\omega_h(t)$は以下のようにして決まる。まず，均衡値$l^*$，$x^*$，および$z^*$がそれぞれ(17′)式，(18′)式，および(19′)式より同時に決定される。そして，$l(0)$および$\omega_{h,0}$が与えられると，(30b)式および(31b)式より$\omega_h^*$を得る。最後に，(30a)式および(31a)式より，$\omega_h(t)$の時間経路が決定される。

次に，(30a)式，(30b)式，(31a)式，および(31b)式を用いると

$$\omega_h(t) - \omega_h^* = \frac{\delta(t)-1}{\delta(0)-1}\left(\omega_{h,0} - \omega_h^*\right) = \frac{l^* - l(t)}{l^* - l(0)}\left(\omega_{h,0} - \omega_h^*\right) = e^{\mu t}\left(\omega_{h,0} - \omega_h^*\right) \tag{34}$$

を得ることができる。(34)式は，相対資産$\omega_h(t)$もまた定常状態に収束することを示している。このようにして$\omega_h^*$が決まると，消費者$h$の余暇の動学が記述できる。(28′)式，(29)式および(31b)式を用いると消費者$h$の余暇の時間配分は

$$\varphi_h - 1 = \left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right)(\omega_h^* - 1) = \frac{\omega_{h,0}-1}{\delta(0)}\left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right) \tag{35}$$

または

$$l_h(t) = \left(\frac{\omega_{h,0}-1}{\delta(0)}\left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right) + 1\right) l(t) \tag{35′}$$

によって表される。(35′)式は，資産をより多く（少なく）持つ家計のほうが，資産保有量が少ない（多い）家計よりも多くの（少ない）余暇を選択することを示している。

ここまでは，資産全体の動きについて検証してきた。しかし，実質貨幣は物価の変動によってジャンプするので，$\omega_{h,0}$は内生変数であることを示す必要がある。つまり，家計は構造ショックや政策ショックがあったときに，貨幣と有利子資産の間の資産ポートフォリオを変更する。まず，$l_h/l = m_h/m$という事実を用いると，(35′)式より

$$\frac{m_h}{m} - 1 = \frac{\omega_h - 1}{\delta(t)}\left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right) \tag{36}$$

を得る。本論文では，国債の利子率と民間資本の利子率は無裁定条件を満たしているので，ここでは，これらの有利子資産と無利子資産である貨幣の構成についてのみ検討する。$W_h = a_h - m_h$であるから(36)式を用いると

$$\frac{W_h}{W} - 1 = (\omega_h - 1)\frac{a}{W} - \left(\frac{m_h}{m} - 1\right)\frac{m}{W} = V(\omega_h - 1) \tag{37}$$

を得る。ただし，

$$V \equiv \left(\frac{a}{W} - \frac{1}{\delta(t)}\left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right)\frac{m}{W}\right) \tag{38}$$

である。(36)式において$[1/\delta(t)](1-\eta/[l^*(1+\eta+\nu)]) < 1$，(37)式において$V > 1$が満たされるので，$\omega_h > 1$の場合，$W_h/W - 1 > \omega_h - 1 > m_h/m - 1$であることがわかる[9]。したがって，資産をより多く持つ家計は有利子資産として資産を保有し，貨幣の保有資産に占める割合を少なくする。(38)式において，$t \to \infty$とすると

$$V^* = \frac{1}{W^*}\left(a^* - \left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right)m^*\right) = \frac{1}{1+z^*}\left(1 + z^* + x^{*-1}z^* - \left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right)x^{*-1}z^*\right) \tag{38'}$$

が得られる。したがって，(37)式において$t \to \infty$とすると

$$\frac{W_h^*}{W^*} - 1 = V^*(\omega_h^* - 1) = \frac{1}{1+z^*}\left(1 + z^* + x^{*-1}z^* - \left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right)x^{*-1}z^*\right)(\omega_h^* - 1) \tag{37'}$$

を得る。$\int_0^1 \left(\frac{W_h^*}{W^*} - 1\right)^2 dh = V^{*2}\int_0^1 (\omega_h^* - 1)^2\, dh$であるから，(37′)式および(38′)式より均衡における有利子資産の不平等について

$$s_W^* = V^* s_\omega^*$$

を得る。同様の方法より，(37)式において$t \to 0$とすると

$$\frac{W_{h,0}}{W(0)} - 1 = V(0)\left(\omega_{h,0} - 1\right)$$

$$= \frac{1}{1+z(0)}\left(1 + z(0) + x(0)^{-1}z(0) - \frac{1}{\delta(0)}\left(1 - \frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right)x(0)^{-1}z(0)\right)\left(\omega_{h,0} - 1\right) \tag{37''}$$

が得られ，初期時点の資産不平等

$$s_{W,0} = V(0)s_{\omega,0} \tag{39}$$

を示すことができる。(37″)式を書き換えると

$$\omega_{h,0} - 1 = \frac{1}{V(0)}\left(\frac{W_{h,0}}{W(0)} - 1\right)$$

が得られるので，(32)式より

[9] $\omega_i < 1$のときは逆の推論が成り立つ。

$$\omega_h(t)-1=\frac{\delta(t)}{\delta(0)}\frac{1}{V(0)}\left(\frac{W_{h,0}}{W(0)}-1\right)$$

を得ることができる。この式を用いると，(33)式は

$$s_\omega=\frac{\delta(t)}{\delta(0)}\frac{1}{V(0)}\,s_{W,0} \tag{33''}$$

と書き直すことができる。$(33'')$式は，$t=0$の物価変動によるポートフォリオ選択を考慮した資産不平等を示している。(39)式より，資産不平等を示す$(33'')$式は$l(t)$，$x(t)$，$z(t)$，および$l(0)$だけでなく，$x(0)$にも依存することを示されている。

## 3.5. 所得分配

本節では，所得不平等を生み出すメカニズムについて説明する。まず，資産$a_h$を保有する消費者$h$の相対所得を$y_h\equiv Y_h/Y$として定義する。代表的消費者$h$の総所得は

$$Y_h=(1-\tau_r)\tilde{r}(l)W_h+(1-\tau_w)(1-l_h)\widetilde{w}(l)K \tag{40}$$

であり，経済の平均所得は

$$Y=(1-\tau_r)\tilde{r}(l)W+(1-\tau_w)(1-l)\widetilde{w}(l)K \tag{40'}$$

である。(40)式および$(40')$式より，

$$\underbrace{y_i-1}_{\text{総所得の格差}}=\underbrace{\frac{(1-\tau_r)\tilde{r}(l)W}{(1-\tau_r)\tilde{r}(l)W+(1-\tau_w)(1-l)\widetilde{w}(l)K}\left(\frac{W_i}{W}-1\right)}_{\text{利子所得の格差}}\underbrace{-\frac{(1-\tau_w)\widetilde{w}(l)K}{(1-\tau_r)\tilde{r}(l)W+(1-\tau_w)(1-l)\widetilde{w}(l)K}(l_i-l)}_{\text{賃金所得の格差}} \tag{41}$$

を得る。(41)式の第 1 項は，利子所得の不平等を示し，第 2 項は，賃金所得の不平等を示している。これら 2 つの所得不平等を合計すると，総所得不平等が得られる。(41)式を用いると相対所得の標準偏差を相対資産の標準偏差の増加関数

$$s_y=\zeta s_\omega \tag{41'}$$

と示すことができる。ただし，

$$0<\zeta=\frac{1}{(1-\tau_r)\tilde{r}(l)(1+z)+(1-\tau_w)(1-l)\widetilde{w}(l)}\Bigg((1-\tau_r)\tilde{r}(l)(1+z+x^{-1}z)$$
$$-\frac{1}{\delta(t)}\left(1-\frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right)\left((1-\tau_r)\tilde{r}(l)x^{-1}z+(1-\tau_w)\widetilde{w}(l)l\right)\Bigg)<1$$

である。なお，$(41')$において，$s_y$は相対所得の標準偏差を示しており，$s_\omega$は相対資産の標準偏差を示している。上式において，$t\to\infty$とすると，

$$0<\zeta^*=\lim_{t\to\infty}\zeta=\frac{1}{(1-\tau_r)\tilde{r}(l^*)(1+z^*)+(1-\tau_w)(1-l^*)\widetilde{w}(l^*)}\Bigg((1-\tau_r)\tilde{r}(l^*)\left(1+z^*+{x^*}^{-1}z^*\right)$$
$$-\left(1-\frac{\eta}{l^*(1+\eta+\nu)}\right)\left((1-\tau_r)\tilde{r}(l^*){x^*}^{-1}z^*+(1-\tau_w)\widetilde{w}(l^*)l^*\right)\Bigg)<1$$

を得る。したがって，$(41')$式より

$$s_y^* = \zeta^* s_\omega^* \qquad (41'')$$

も得られる。ただし，$s_y^*$は定常状態における相対所得の標準偏差を示しており，$s_\omega^*$は定常状態における相対資産の標準偏差を示している。したがって，$(41'')$式は，資産不平等，余暇と労働供給の間の時間配分，政府債務・民間資本比率および政府債務・実質貨幣比率が所得不平等を決定することを示している。

$(33'')$式および$(41')$式より

$$s_y = \zeta s_\omega = \zeta \frac{\delta(t)}{\delta(0)} \frac{1}{V(0)} s_{W,0}$$

であるから，所得不平等は，有利子資産の初期賦存量，初期のポートフォリオ構成，および生産要素$L$および$K$の報酬によって決定されることがわかる。

## 4. 数値例

本節では，政策パラメータの変更に関する分析についてさらなる洞察を得るために，数値シミュレーションを実行する。ここでは，生産技術をコブ・ダグラス生産関数$Y = AL^\alpha K$に特定化する。

ベンチマーク・パラメータを[**表 1**]に示している。ここでは，García-Peñalosa and Turnovsky (2006) に従って，$\alpha = 0.6$, $\rho = 0.04$, $\gamma = -2$, および$\eta = 1.75$と設定する。所得税率および基礎的財政収支の黒字を決定するパラメータは，実証分析から得られる。McDaniel (2007) は，米国の実効税率を推定し，平均所得税率が 0.1 から 0. 2 の範囲にあることを示している。そこで，その中間値を採用し，$\tau_w = \tau_r = 0.15$とする。さらに，Fincke and Greiner (2011, Table 15) より，財政規律と政策的余地を表すパラメータは，$\beta = 0.586$および$\phi = -0.658$を用いる。貨幣成長率は，2018 年と 2019 年の米国の M3 の成長率の平均値である 4.5%に設定する（$\theta = 0.045$）。また，債務・貨幣比率が現実的な値である約 1 になるように貨幣の効用弾力性の値を$\nu = 0.2$と設定する。最後に，経済成長率を 2%前後，インフレ率を 2%前後とするために，$A = 0.75$と設定する。

この設定の下，初期時点がベンチマークの定常状態にあると仮定する。そこで，経済成長を加速する財政改革と貨幣拡張の二つの政策ショックの影響を比較する。定常状態における数値計算の結果は[**表 2**]にまとめられている。[**表 2**]の第一行目は，ベンチマーク・ケースを示している。平均余暇は$l = 0.743$であり，政府債務・実質貨幣比率は$x = 0.988$である。また，政府債務・民間資本比率は$z = 0.405$である。これらの値により，$g = 2.15\%$の経済成長率およびインフレ率$\pi = 2.36\%$が得られる。また，有利子資産の標準偏差を 1 に設定すると，貨幣を含めた資産の標準偏差は 0.811 であり，所得の標準

偏差は 0.240 になる。したがって，有利子資産は貨幣を含めた資産よりも，資産は所得よりもばらつきが大きいことを示していることがわかる。

### 財政安定化係数$\boldsymbol{\beta}$の上昇

政府は, 異時点間の予算制約式を満たした財政政策を実施する必要がある。ここでは, Bohn (1998) の財政ルールに従って, 持続可能な財政政策を行っており, 政府債務の成長率を均衡成長率と同率に設定することとする。

まず，政府が財政改革を行い，$\beta$を上昇したときの効果を分析する。**[図 1]**，**[図 2]**，および **[図 3]** は，余暇，政府債務・実質貨幣比率，および政府債務・民間資本比率の移行動学上の変化を示している。この場合，財政健全化政策によって，$\beta$が引き上げられると, 余暇は瞬時に増加し, 政府債務・実質貨幣比率は瞬時に低下する。その後，これらの変数は時間の経過に伴って徐々に減少・低下する一方，政府債務・民間資本比率は初期の定常状態から時間の経過に伴って徐々に低下する。$\beta$を上昇することは，資産および消費の収益率を減少させる。その結果, 短期的 (瞬時) に労働供給を減少させ, 貨幣需要を減少する。しかし，長期的には，政府債務の削減は，政府債務・実質貨幣比率を低下させるとともに，政府債務・民間資本比率を低下させ，資本蓄積を促進する。その際，労働の限界生産性の上昇を通じて，労働供給が増加する。

**[図 4]** および **[図 5]** は，政府債務残高の GDP 比率，インフレ率の時間的推移を示しており，政府債務残高の GDP 比率およびインフレ率は短期的に上昇するが，移行動学上では，双方とも徐々に低下している。これは，$t = 0$では，労働供給および貨幣需要が減少することに起因する。しかし，時間経路に沿って，政府債務を削減し，資本が蓄積すると，労働の限界生産性が上昇し，労働供給が増加する。その結果，政府債務残高の GDP 比率が低下する。また，貨幣需要が増加するため，インフレ率が徐々に低下する。

**[図 6]** および **[図 7]** は，資産不平等および所得不平等の時間経過に応じた変化を示している。**[図 6]** および **[図 7]** より，資産不平等と所得不平等は直ちに縮小することがわかる。これは，資産を多く持つ家計は，資産が少ない家計より労働供給をより少なくするため，瞬時に労働所得の不平等が縮小するためである。また，貨幣を含めた総資産保有量は, インフレの影響により減耗する。その結果, $t = 0$で資産不平等も減少する。資産を多く持つ家計は，資産が少ない家計より有利子資産の保有比率が大きいため，時間の経過に伴う資本蓄積による効果は，資本所得の増加に寄与し，資産・所得不平等を拡大する。このとき，移行動学では，政府債務残高が減少し，産出量が増加するため，政府債務残高・GDP 比率を徐々に低下する。

**[表 2]** の 2 行目は，初期の定常状態と比較して，$\beta$の上昇による長期的な効果を示している。$\beta$の上昇の効果は，政府債務減少の結果として，民間資本蓄積を促進し，均衡成長率を上昇させる。このとき，労働の限界生産性が上昇することで，長期的には余暇

は減少し，貨幣需要は増加する。また，資産を多く持つ家計は，資産が少ない家計よりも長期的な収益が大きいため，資本蓄積により長期的には資産不平等は拡大するが，資本の限界生産性低下, 貨幣需要の増加および労働の限界生産性上昇により所得不平等は低下する。

さらに, 政府債務･GDP 比率は, ベンチマーク･ケースと比較すると 121.8%から 56.3%に改善されている。

## 貨幣成長率$\theta$の上昇

次に，貨幣成長率$\theta$の上昇の政策効果を検討する。$\theta$の上昇は，中央銀行が外生的に貨幣供給量を決めることができることを示している。

**[図 8]**, **[図 9]**, および **[図 10]** は，余暇，政府債務・実質貨幣比率，および政府債務・民間資本比率の移行動学上の変化を示している。貨幣成長率$\theta$が引き上げられると，余暇は瞬時に減少し，政府債務・実質貨幣比率は瞬時に増加する。その後，時間の経過に伴って，これらは徐々に減少・低下する一方，政府債務・民間資本比率は初期の定常状態から時間の経過に伴って徐々に低下する。$\theta$を上昇することは，期待インフレ率が上昇することを通じて，資産および消費収益を上昇させる。このとき，余暇の限界効用が減少し，労働供給が増加する。また，実質貨幣需要が増加するので，政府債務・実質貨幣比率が減少する。長期的には，貨幣成長率の上昇は，政府債務・民間資本比率の減少を通じて資本蓄積を促進する。資本蓄積が促進すると，労働の限界生産性の上昇を通じて，労働供給が増加する。**[図 11]** および **[図 12]** からわかるとおり，瞬時に，政府債務残高の GDP 比率は減少するが，インフレ率は上昇する。これは，労働供給が増加し，産出量が増えることおよび貨幣需要が増加することに起因する。また，**[図 13]** および **[図 14]** より，資産不平等と所得不平等は直ちに拡大することがわかる。直観的には，資産を多く持つ家計は，資産が少ない家計より有利子資産の保有比率が大きいため，時間の経過に伴う資本蓄積による効果は，資本所得の増加に寄与し，資産・所得不平等を拡大する。**[表 2]** の 3 行目は，初期の定常状態と比較して，$\theta$の上昇による長期的な効果を示している。$\theta$の上昇は，初期の定常状態と比較して，より高い経済成長率とより高いインフレ率，およびより大きい所得不平等をもたらす。この効果は，以下のように説明できる。貨幣供給量の増加は，資産収益率を上昇させ，労働供給を増加する。その結果，民間投資が増加し，資本蓄積が促進される。さらに，家計は，インフレ率の上昇により貨幣保有量を減少し，有利子資産保有量を増加させるが，その大きさは，資産保有量が多い家計のほうが大きくなる。インフレ率が上昇することを通じて，資産および消費収益を上昇するので，資産を多く持つ家計の所得増加のほうに大きく寄与し，資産不平等および所得不平等は拡大する。

この結果をみると，長期的な経済成長を促進する$\theta$の上昇は，長期的な経済成長を促進する$\beta$の上昇とは，対照的な結果であることがわかる。これは，所得不平等を決める要因は，労働供給と余暇の間の時間配分だけでなく，有利子資産と貨幣の間のポートフォリオ選択が重要な役割を果たすことに起因している。

## 5. おわりに

本論文では，García-Peñalosa and Turnovsky (2006) や Turnovsky and García-Peñalosa (2008) のモデルに貨幣の役割を明示的に導入することで，貨幣的内生成長モデルに拡張し，数値シミュレーションにより，長期的な経済成長率を上昇させる二つの政策の効果を比較した。その結果，以下に示す通り，対照的な結果が得られた。具体的には，長期的な経済成長率を上昇させるような財政改革は，所得不平等を縮小させる一方，貨幣成長率の上昇は，経済成長率を上昇させるが，所得不平等を拡大させる。これは，経済成長と所得不平等を決定する要因は，労働供給と余暇の間の時間配分だけでなく，有利子資産と無利子資産（貨幣）の間のポートフォリオ選択が重要な役割を果たしているためである。また，本論文で明らかにされたように、長期的な経済成長率を上昇させ，所得不平等を縮小する財政改革は，短期的には産出量を減少させ，政府債務残高の GDP 比率を上昇させる。この結果は，政府が長期的な影響と短期的な影響においてジレンマを生じさせることを示している。なお，本論文の貨幣的成長モデルは，Gokan and Turnovsky (2021) と異なり，政府債務・実質貨幣比率を内生化し，中央銀行も財政当局も独自に政策運営を行うことができるような設定を置いた。その結果，貨幣の非中立性を導入することにより，貨幣は初期資産の分配への影響だけでなく，集計変数にも影響を与える。このような経済成長への効果を通じることにより , Gokan and Turnovsky (2021) と異なり，貨幣成長率の上昇は，経済成長率を上昇させるが，所得不平等も拡大させることが示された。

これらの本論文の 3 つの分析結果より，政府による経済成長を加速する政策は，政策によって所得不平等への影響は異なることが示され，これは，経済成長と所得不平等の関係に関する異なる実証研究の結果を説明することに理論的基礎を与える可能性を持つといえるだろう。

最後に，本論文の残された課題について，4 点述べる。まず，本論文では，政府支出は効用にも生産にも影響しないと仮定している。しかし，政府支出は Barro (1990) によって分析されているように，より現実的な結果を得るためには，生産的な公共支出と見なされるべきである。第二に，資産と技能（人的資本）の賦存量の異質性を考慮することで，異なる結果が得られる可能性がある。たとえば，García-Peñalosa and Turnovsky (2015) は，初期資産の賦存量と余暇の時間との間の正の関係は，技能の異質性を有する

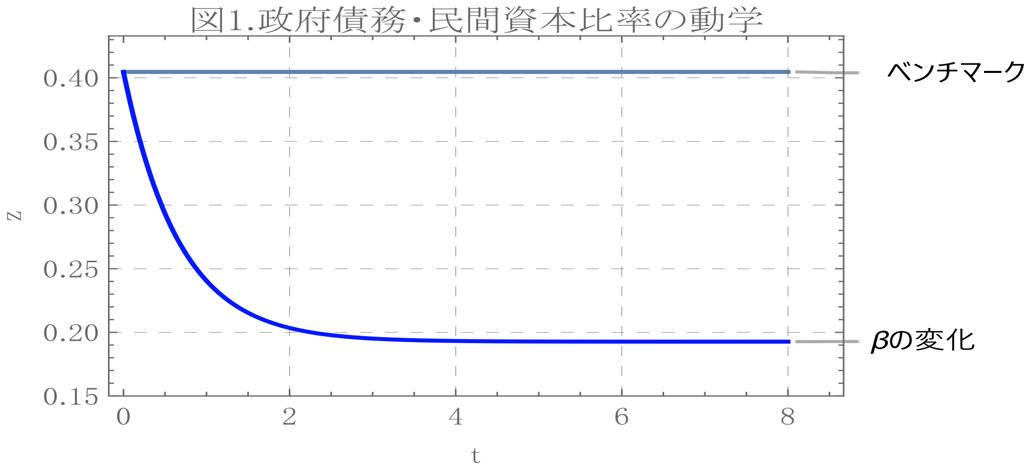
ラムゼー型新古典派成長モデルに依拠することによって, 得られないことを示している。したがって，おそらく，本論文で考察したような貨幣的内生成長経済においても，持続可能な財政政策と異質な技能を考察することで異なる結果をもたらす可能性がある。第三に，本論文では，一定の貨幣成長率ルールを想定しているが，最近では，Leeper and Li (2017) などにおいて, 貨幣成長率ではなく, 利子率をターゲットとすることで，Bohn ルールといわゆる Taylor ルール (Taylor, 1993) の相互作用の研究が行われている。したがって, Taylor ルールと Bohn ルールの関係について，焦点を当てる必要があるだろう。最後に, 本論文では, 利子率が経済成長率を上回る状況($r > g$)のみを分析した。しかし, 近年の OECD 諸国のデータによると，利子率は経済成長率を下回る傾向($r < g$)があることが示されている（たとえば Blanchard, 2019）。Blanchard (2019) で述べられているように，この場合，財政の持続可能性の条件は変更される。財政ルールが変化すれば，経済成長率や所得不平等への影響も変化する。これらの観点から，財政金融政策，経済成長, および不平等の関係を分析するための重要な研究主題がいまだ数多く残されているといえるだろう。

**表 1：パラメータ値**

| | |
|---|---|
| 生産 | $A = 0.75, \alpha = 0.6$ |
| 選好 | $\rho = 0.04, \gamma = -2, \eta = 1.75, \nu = 0.2$ |
| 統合政府 | $\tau_w = 0.15, \tau_r = 0.15, \beta = 0.586, \phi = -0.658, \theta = 0.045$ |

**表 2: 経済成長および資産・所得の分配**

| | $l$ | $x$ | $z$ | $g$ | $\pi$ | $s_\omega$ | $s_y$ | $B/Y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ベンチマーク | 0.743 | 0.989 | 0.405 | 0.0214 | 0.0236 | 0.811 | 0.240 | 1.218 |
| $\beta$の 100%の増加 | 0.730 | 0.497 | 0.193 | 0.0225 | 0.0225 | 0.833 | 0.232 | 0.563 |
| $\theta$の 100%の増加 | 0.736 | 1.316 | 0.395 | 0.220 | 0.0680 | 0.853 | 0.243 | 1.171 |



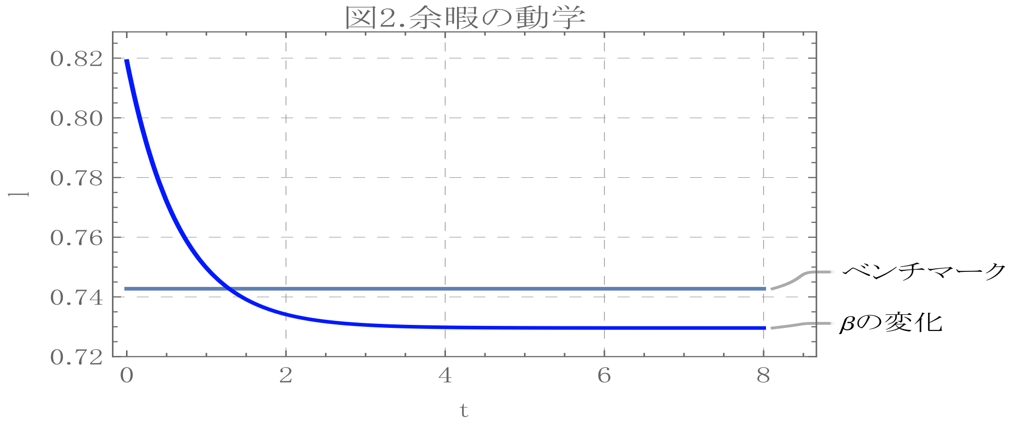



図3.政府債務・貨幣比率の動学

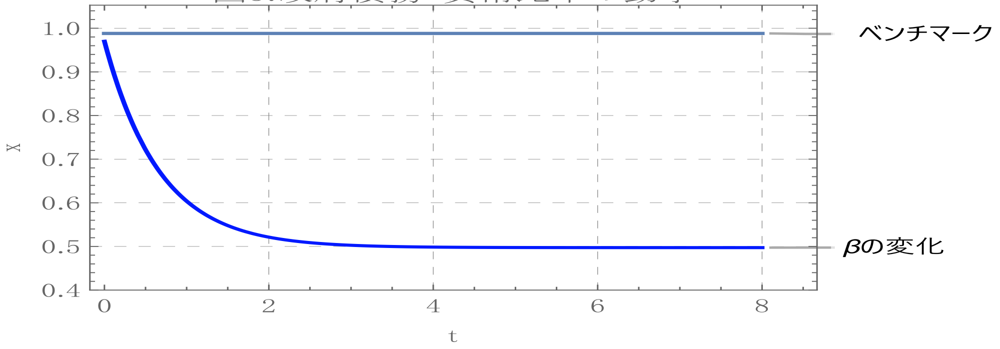



図4.政府債務・GDP比率の動学

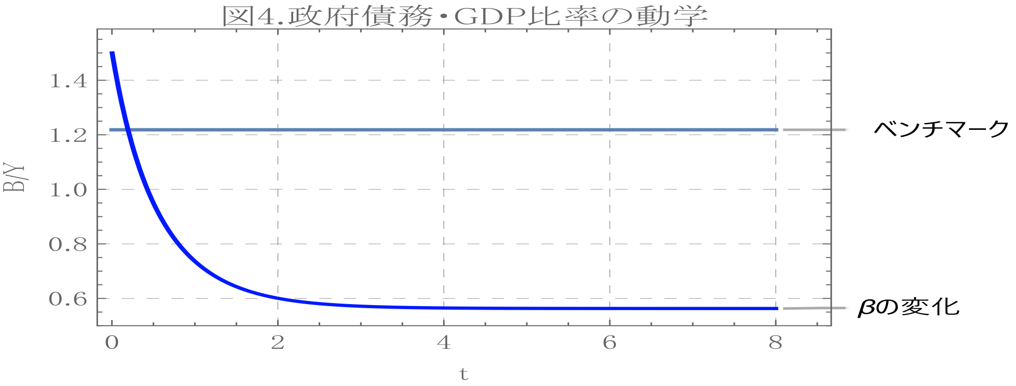



図5.インフレ率の動学

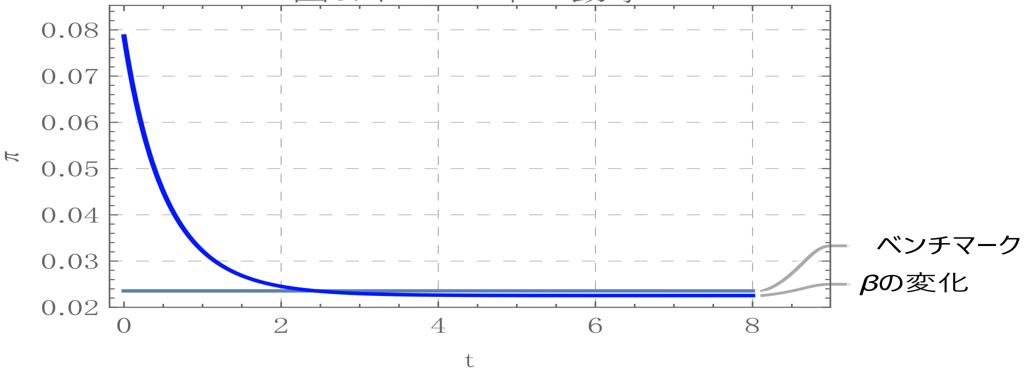



図6.資産格差の動学

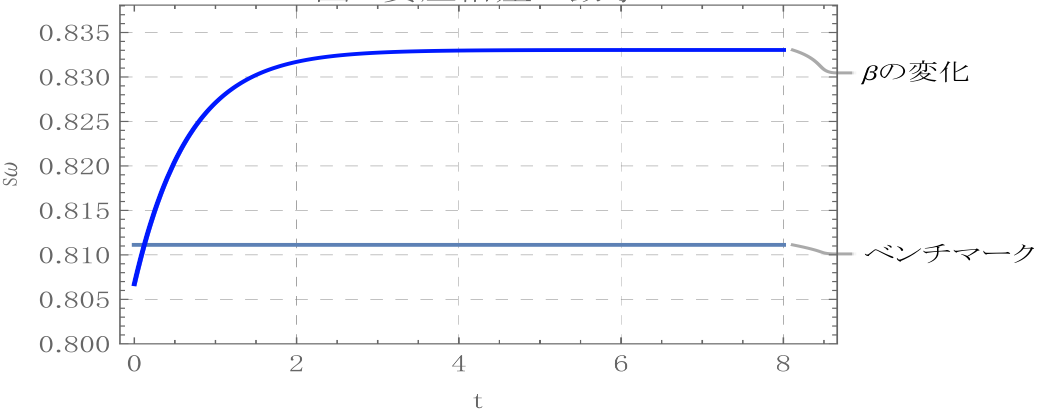


図7.所得格差の動学

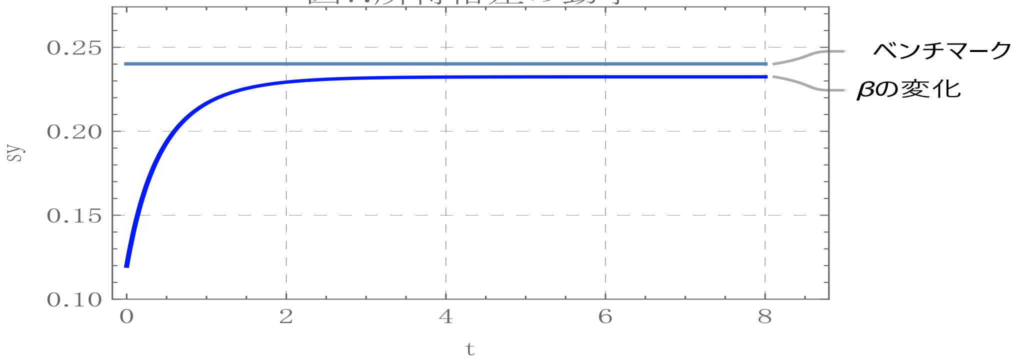



図8.政府債務・民間資本比率の動学

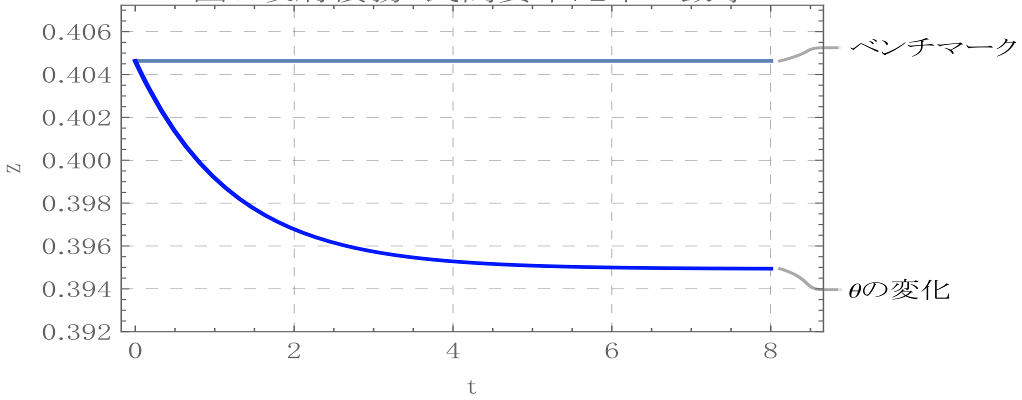



図9.余暇の動学

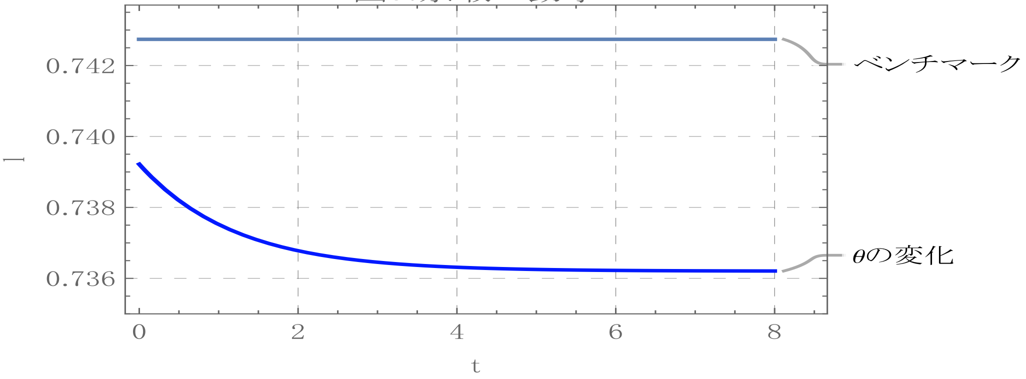



図10.政府債務・貨幣比率の動学

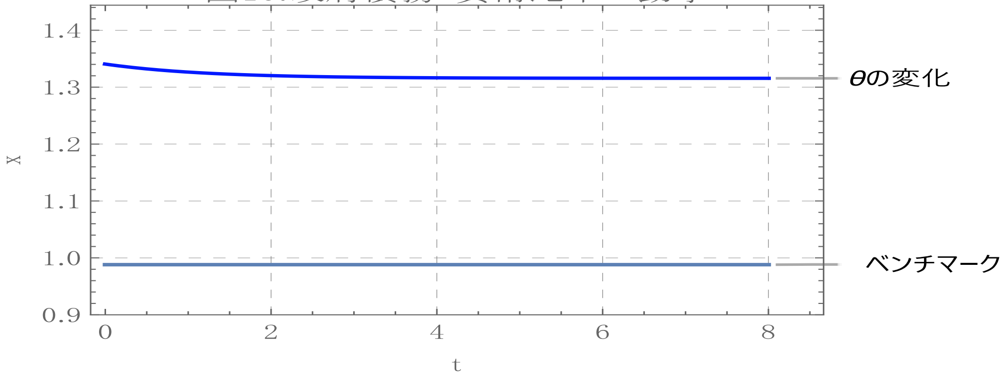


図11.政府債務・GDP比率の動学

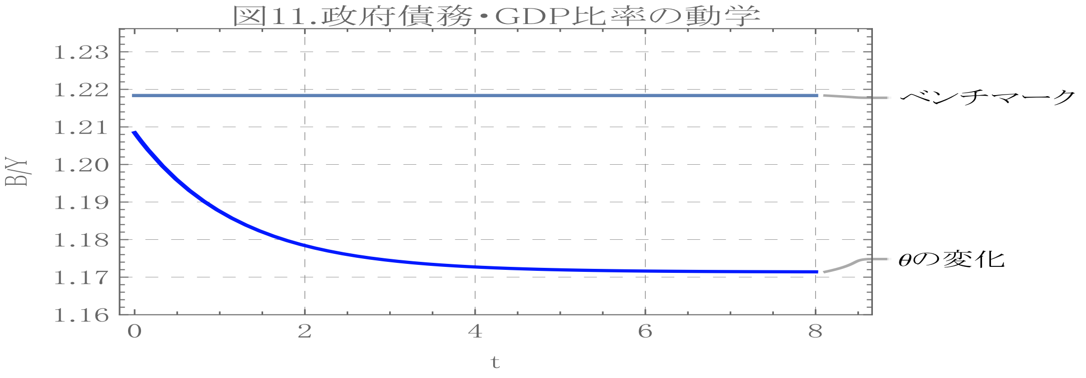



図12.インフレ率の動学

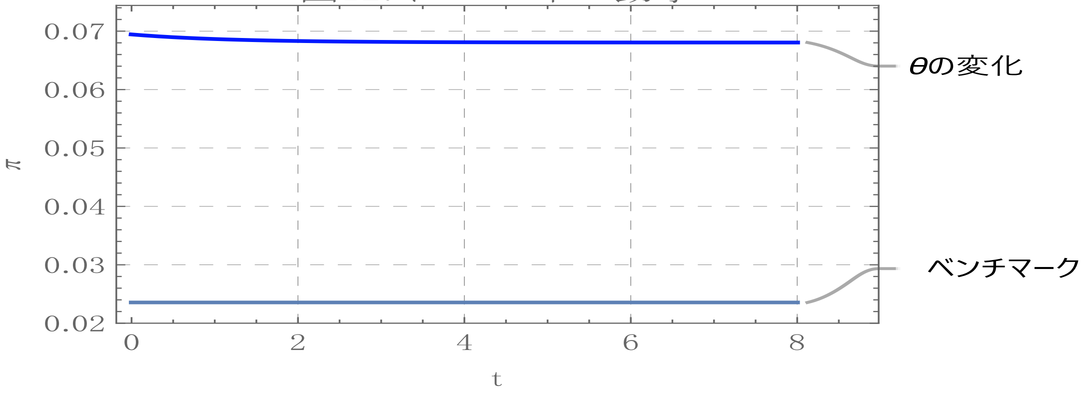



図13.資産格差の動学

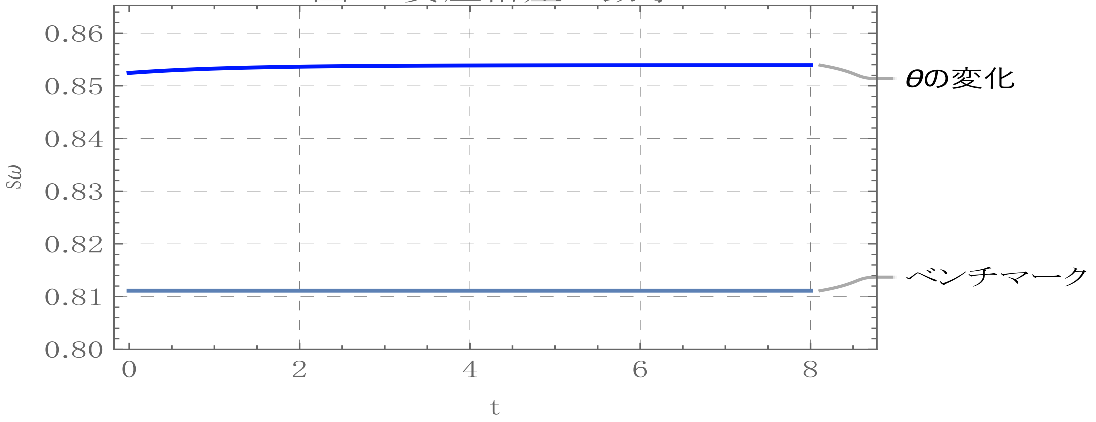
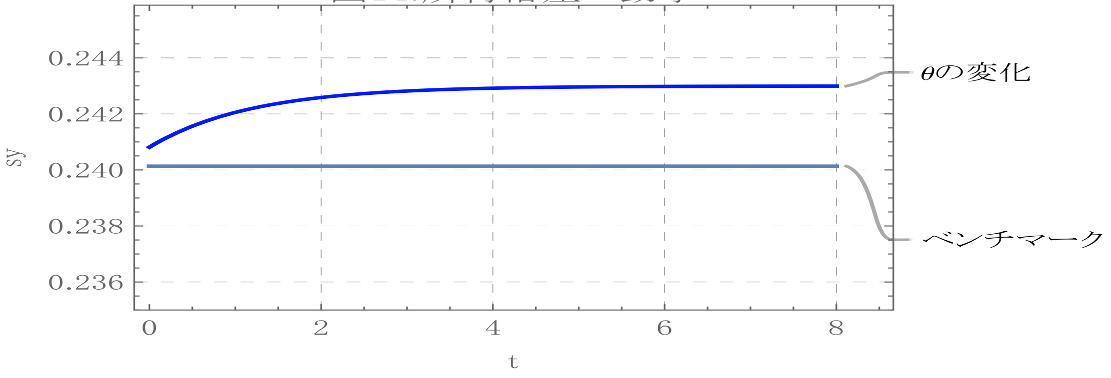



図14.所得格差の動学



## 補論

### A1: 集計変数の導出

(6b)式を(6a)式で割ると家計$h$の消費・資産比率は

$$\frac{C_h}{a_h}=(1-\tau_w)w(l)\frac{l_h}{\eta}\frac{K}{a_h} \tag{A1}$$

である。さらに，(6a)式，(6c)式，および(6e)式を用いると

$$\nu\frac{C_h}{a_h}=\big((1-\tau_r)r+\pi\big)\frac{m_h}{a_h} \tag{A2}$$

を得る。(A1)式，(A2)式，(4a)式，および(4b)式を用いると，家計$h$の資産の成長率は

$$\begin{aligned}\frac{\dot{a}_h}{a_h}&=(1-\tau_r)r-\big((1-\tau_r)r+\pi\big)\frac{m_h}{a_h}+(1-\tau_w)(1-l_h)w(l)\frac{K}{a_h}-\frac{C_h}{a_h}\\&=(1-\tau_r)r+(1-\tau_w)w(l)\frac{K}{a_h}\left((1-l_h)-\frac{l_h}{\eta}(\nu+1)\right)\end{aligned} \tag{A3}$$

となる。(6a)式の時間微分を用いて，さらに，それを(6d)式および(6e)式と組み合わせると，影の価格に関して以下の条件を得る。

$$(\gamma-1)\frac{\dot{C}_h}{C_h}+\eta\gamma\frac{\dot{l}_h}{l_h}+\nu\gamma\frac{\dot{m}_h}{m_h}=\frac{\dot{\lambda}_{1,h}}{\lambda_{1,h}}=\rho-(1-\tau_r)r \tag{A4}$$

(A4)式は資産の影の価格の成長率は全ての家計に対して等しいことを示している。(A1)式および(A2)式の時間微分は

$$\frac{\dot{C}_h}{C_h}-\frac{\dot{l}_h}{l_h}=\frac{w'(l)l}{w(l)}\frac{\dot{l}}{l}+\frac{\dot{K}}{K} \tag{A5}$$

$$\frac{\dot{C}_h}{C_h}-\frac{\dot{m}_h}{m_h}=\frac{\nu C m^{-1}}{(1-\tau_r)r+\pi}\left(\frac{\dot{C}}{C}-\frac{\dot{m}}{m}\right) \tag{A6}$$

を意味している。(A5)式および(A6)式は，右辺が添え字$h$に依存しない形であることを示している。ここで，家計$h$とは異なる家計$i$について考える。(A4)式，(A5)式，および(A6)式より

$$(\gamma-1)\left(\frac{\dot{C}_h}{C_h}-\frac{\dot{C}_i}{C_i}\right)+\eta\gamma\left(\frac{\dot{l}_h}{l_h}-\frac{\dot{l}_i}{l_i}\right)+\nu\gamma\left(\frac{\dot{m}_h}{m_h}-\frac{\dot{m}_i}{m_i}\right)=0,$$

$$\left(\frac{\dot{C}_h}{C_h}-\frac{\dot{C}_i}{C_i}\right)-\left(\frac{\dot{l}_h}{l_h}-\frac{\dot{l}_i}{l_i}\right)=0,$$

$$\left(\frac{\dot{C}_h}{C_h}-\frac{\dot{C}_i}{C_i}\right)-\left(\frac{\dot{m}_h}{m_h}-\frac{\dot{m}_i}{m_i}\right)=0$$

を得る。したがって，この式は

$$\frac{\dot{C}_h}{C_h}=\frac{\dot{C}_i}{C_i};\frac{\dot{l}_h}{l_h}=\frac{\dot{l}_i}{l_i};\ \frac{\dot{m}_h}{m_h}=\frac{\dot{m}_i}{m_i} \tag{A7}$$

であることを意味している。(A7)式は，消費，余暇，および実質貨幣の成長率が全ての家計に対して等しいことを示している。(A1)式, (A2)式, および(A3)式を集計化すると,

$$\eta\frac{C}{a}=(1-\tau_w)w(l)l\frac{K}{a} \tag{A1′}$$

$$\nu\frac{C}{a}=((1-\tau_r)r+\pi)\frac{m}{a} \tag{A2′}$$

$$g\equiv\frac{\dot{a}}{a}=(1-\tau_r)r-\big((1-\tau_r)r+\pi\big)\frac{m}{a}+(1-\tau_w)(1-l)w(l)\frac{K}{a}-\frac{C}{a}$$

$$=(1-\tau_r)r+(1-\tau_w)w(l)\frac{K}{a}\left((1-l)-\frac{l}{\eta}(\nu+1)\right) \tag{A3′}$$

を得る。したがって，以下に示す通り，平均消費，平均余暇，および平均実質貨幣の成長率は，家計$h$の消費，余暇，および実質貨幣の成長率にそれぞれ等しくなる。

$$\frac{\dot{C}_h}{C_h}=\frac{\dot{C}}{C};\frac{\dot{l}_h}{l_h}=\frac{\dot{l}}{l};\ \frac{\dot{m}_h}{m_h}=\frac{\dot{m}}{m} \tag{A7′}$$

(A1′)式および(A2′)式より，インフレ率は以下のように表される。

$$\pi=\nu(1-\tau_w)w(l)\frac{l}{\eta}\frac{K}{m}-(1-\tau_r)r \tag{A8}$$

次に，(A3′)を変形し，(7)式，(8)式および(A1′)を代入すると，

$$\frac{\dot{K}}{K}=(1-\tau_r)r+(1-\tau_w)(1-l)w(l)\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right)+\phi f(1-l)+\beta\frac{B}{K} \tag{A9}$$

を得る。(A5)式，(A6)式, および(A9)式を(A4)式に代入すると余暇の成長率

$$\frac{\dot{l}}{l}=\frac{\rho-(1-\tau_r)r-(\gamma-1-\nu\gamma)\left((1-\tau_r)r(l)+(1-\tau_w)w(l)(1-l)\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right)+\beta\frac{B}{K}+\phi f(1-l)\right)}{\eta\gamma+(\gamma-1-\nu\gamma)\left(\frac{w'(l)l}{w(l)}+1\right)}$$

を得る。最後に，(9)式および(A8)式より，実質貨幣の成長率

$$\frac{\dot{m}}{m}=\theta-\pi=\theta-\nu(1-\tau_w)w(l)\frac{l}{\eta}\frac{K}{m}+(1-\tau_r)r$$

を得る。

## A2: 命題 1 の証明

生産関数を代替の弾力性が一定の生産関数と仮定する。代替の弾力性は

$$\sigma \equiv \frac{F_L F_K}{F F_{LK}} = \frac{-f'(1-l)\big(f(1-l)-(1-l)f'(1-l)\big)}{f(1-l)f''(1-l)(1-l)}$$

と定義される。この式を書き直すと，

$$f''(1-l) = -\frac{f'(1-l)\big(f(1-l)-(1-l)f'(1-l)\big)}{f(1-l)(1-l)\sigma} \tag{A9}$$

を得る。労働所得のシェアを

$$\alpha \equiv \frac{(1-l)f'(1-l)}{f(1-l)}$$

として定義し，これを書き直すと

$$f'(1-l) = \frac{\alpha f(1-l)}{1-l} \tag{A10}$$

を得る。

(19′)式を用いると，$z_{l=0}$および$z_{l=1}$は以下のように書き直すことができる。

$$z_{l=0} = \frac{1}{\beta}\left(\frac{(1-\tau_r)\big(f(1)-f'(1)\big)-\rho}{1+\nu\gamma-\gamma} - (1-\tau_r)\big(f(1)-f'(1)\big) + (1-\tau_w)f'(1) - \phi f(1)\right) \tag{A11}$$

$$z_{l=1} = +\infty \tag{A12}$$

(19′)式を$l$に関して微分し，(A9)式および(A10)式をその式に代入すると

$$\left.\frac{\partial z}{\partial l}\right|_{\frac{\dot{l}}{l}=0} = D_4 \frac{\alpha f(1-l)}{1-l} \gtrless 0 \tag{A13}$$

を得る。ただし，

$$D_4 = \left(\frac{1}{(1+\nu\gamma-\gamma)(1-l)}+1\right)(1-\tau_r)\frac{1-\alpha}{\sigma} + (1-\tau_w)\left(\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right)\frac{1-\alpha}{\sigma} - \left(\frac{1+\eta}{\eta}\right)\right) + \phi$$

である。$D_4 > 0$が成り立てば，(19a′)式が単調増加関数であることが分かる。したがって，$D_4 > 0$となる条件式は

$$-\left(\frac{1}{(1+\nu\gamma-\gamma)(1-l)}+1\right)(1-\tau_r)\frac{1-\alpha}{\sigma} - (1-\tau_w)\left(\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right)\frac{1-\alpha}{\sigma} - \left(\frac{1+\eta}{\eta}\right)\right) < \phi < 0$$

である。次に，$l_{z=0} \le l \le 1$および$z \ge 0$において，(17′)式，(18′)式，および(19a′)式が一点で交われば，一意の均衡成長経路が存在する。(17′)式および(18′)式を用いると，$x$について以下の式を得る。

$$\left. x_{l=l_{z=0}} \right|_{\frac{\dot{x}}{x}} = 0 \tag{A14a}$$

$$\left. x_{l=1} \right|_{\frac{\dot{x}}{x}} = 0 \tag{A14b}$$

$$x_{l=l_{z=0}}\Big|_{\frac{\dot{z}}{z}} = 0 \tag{A14c}$$

$$x_{l=1}\Big|_{\frac{\dot{z}}{z}} = -\frac{\theta}{\beta(1+z)} < 0 \tag{A14d}$$

(A14a)式および(A14b)式を用いると，(17′)式は，$l \in (l_{z=0}, 1)$において $x > 0$を満たす。(A14c)式，(A14d)式，および(18′)式を用いると，$l \in (l_{z=0}, 1)$および$z \in (0, \infty)$において，下記の条件を満たしている場合，(17′)式，(18′)式，および (19a′)式は，$x \in (0, \infty)$において一点で交わる。

$$-(1-\tau_w)f'(1-l)(1-l)\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right) - \beta(1+z) - \phi(1+z^{-1})f(1-l) = 0$$

この方程式を書き換えると

$$-(1-\tau_w)f'(1-l)(1-l)\left(1-\frac{l}{(1-l)\eta}\right) - \phi(1+z^{-1})f(1-l) = \beta(1+z)$$

を得る。$z > 0$であることに注意し，$\phi < 0$を仮定すると，$l \in (0,1)$および$z \geq 0$において一つの交点が存在する。したがって，一意の均衡成長経路が存在する。

## A3: 相対資産の動学の導出

(27)式を定常状態，$l^*$，$x^*$，$z^*$，および$\omega_i^*$の近傍で線形近似すると

$$\dot{\omega}_i(t) = b_{41}(x-x^*) + b_{42}(z-z^*) + b_{43}(l-l^*) + b_{44}(\omega_i-\omega_i^*) \tag{A15}$$

を得る。ただし，

$$b_{41} = (1-\tau_w)f'(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-2}x^{*-2}z^*\left(1-\omega_h^*-(\varphi_h-\omega_h^*)l^*\frac{\eta+\nu+1}{\eta}\right) \tag{A16}$$

$$b_{42} = -(1-\tau_w)f'(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-2}\left(1+x^{*-1}\right)\left(1-\omega_h^*-(\varphi_h-\omega_h^*)l^*\frac{\eta+\nu+1}{\eta}\right) \tag{A17}$$

$$b_{43} = -(1-\tau_w)f''(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-1}\left(1-\omega_h^*-(\varphi_h-\omega_h^*)l^*\frac{\eta+\nu+1}{\eta}\right) + (1-\tau_w)f'(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-1}\left((\omega_h^*-\varphi_h)\frac{\eta+\nu+1}{\eta}\right) \tag{A18}$$

$$b_{44} = -(1-\tau_w)f'(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-1}\left(1-l^*\frac{\eta+\nu+1}{\eta}\right) \tag{A19}$$

である。(28′)式および(29)式より

$$\varphi_h = \omega_h^* - \frac{\eta}{(\nu+1+\eta)l}(\omega_h^* - 1) \tag{A20}$$

が得られるので，(A16)式から(A19)式，および(A20)式を(A15)式に代入すると

$$\dot{\omega}_h(t) = (1-\tau_w)f^{'}(1-l)(1+z+x^{-1}z)^{-1}(\omega_i^* - 1)(l-l^*)$$
$$-(1-\tau_w)\frac{\alpha f(1-l^*)}{1-l}\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-1}\left(1-l^*\frac{\eta+\nu+1}{\eta}\right)(\omega_h - \omega_h^*) \tag{A21}$$

を得る。したがって，(A21)式から分かる通り，(27)式の局所的な変動経路は

$$\omega_h(t) = \frac{(1-\tau_w)f'(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-1}(\omega_i^* - 1)(l-l^*)}{\mu - b_{44}}e^{\mu t} + \omega_h^*, \tag{A22}$$

である。ただし，

$$b_{44} = -(1-\tau_w)f'(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-1}\left(1-l^*\frac{\eta+\nu+1}{\eta}\right) > 0$$

である。$t=0$と設定すると，(A22)式は以下の式を示している。

$$\omega_{h,0} = \frac{(1-\tau_w)f'(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)^{-1}(\omega_h^* - 1)(l(0)-l^*)}{\mu - b_{44}} + \omega_h^* \tag{A23}$$

$l(0)$および$\omega_{h,0}$が与えられ，$l^*$，$x^*$，および$z^*$が定常状態で長期均衡値として得られると，相対資産の時間経路が示される。$\varphi_h$が決定されると，(A20)式は 定常状態における資産分布を示している。(A23)式を(A22)式に代入すると，相対資産の局所的な調整経路は以下のように書き直すことができる。

$$\omega_h(t) = \frac{(1-\tau_w)\alpha f(1-l^*)}{(1-l^*)\left(1+z^*+x^{*-1}z^*\right)(b_{44}-\mu)}\left(1-\frac{l(0)}{l^*}\right)(\omega_h^* - 1)e^{\mu t} + \omega_h^* \tag{A23'}$$

## 参考文献

Aldama, P. and Creel, J. (2019) “Fiscal policy in the US: Sustainable after all?,” *Economic Modelling*, vol.81, pp.471-479.

Barro, R. J. (1979) “On the determination of public debt.” *Journal of Political Economy*, vol.87, pp.940-971.

Barro, R. J. (1990) “Government spending in a simple model of endogenous growth”, *Journal of Political Economy,* vol. 98, pp. S103-S125.

Blanchard, O. (2019), “Public debt and low interest rates.” *American Economic Review*, vol.109, pp.1197-1229.

Bohn, H. (1998) “The behavior of U.S. public debt and deficit.” *Quarterly Journal of Economics,* vol.113, pp.949-963

Caselli, F. and Ventura, J. (2000) “A representative consumer theory of distribution.” *American Economic Review,* vol.90, pp.909-926.

Fincke, B. and Greiner, A. (2011) “Do large industrialized economies pursue sustainable debt policies? A comparative study for Japan, Germany and the United States.” *Japan and the World Economy*, vol.23, pp.202-213.

Friedman, M. (1960). *A program for monetary stability*. Ravenio Books.

García-Peñalosa, C. and Turnovsky, S. J. (2006) “Growth and income inequality: a canonical model.” *Economic Theory*, vol.28, pp.25-49.

Gokan, Y.　and Turnovsky, S. J. (2021) “Government Spending, Budget Policy, and Wealth and Income Inequality in a Growing Monetary Economy,” Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=3863867.

Greiner, A. (2015) “Fiscal and monetary policy in a basic endogenous growth model.” *Computational Economics*, vol. 45, pp. 285-301.

Leeper, E. M. (1991) “Equilibria under ‘active’ and ‘passive’ monetary and fiscal policies.” *Journal of Monetary Economics*, vol.27, pp.129-147.

Leeper, E. M. and Li, B. (2017) “Surplus–debt regressions.” *Economics Letters*, vol.151, pp.10-15.

Leeper, E. M. and Zhou, X. (2021) “Inflation’s role in optimal monetary-fiscal policy.” *Journal of Monetary Economics*, vol.124, pp.1-18.

McDaniel, C. (2007) “Average tax rates on consumption, investment, labor and capital in the OECD 1953–2003.” Mimeo, Arizona State University.

Mendoza, E. G. and Ostry, J. D. (2008) “International evidence on fiscal solvency: Is fiscal policy “responsible”?” *Journal of Monetary Economics*, vol.55, pp.1081-1093.

Romer, C. D. and Romer, D. H. (2018) “Phillips lecture–why some times are different:

Macroeconomic policy and the aftermath of financial crises." *Economica*, vol.85, pp.1-40.

Romer, P. (1986) "Increasing returns and long-run growth." *Journal of Political Economy*, vol.94, pp.1002-1037.

Sargent, T. J. and Wallace, N. (1981) "Some unpleasant monetarist arithmetic." *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, vol.5, pp.1-17.

Schmitt-Grohé, S. and Uribe, M. (2004) "Optimal fiscal and monetary policy under sticky prices." *Journal of Economic Theory*, vol.114, pp.198-230.

Sims, C. A. (1994) "A simple model for study of the determination of the price level and the interaction of monetary and fiscal policy." *Economic Theory*, vol.4, pp.381-399.

Sims, C. A. (2013) "Paper money." *American Economic Review*, vol.103, pp.563-84.

Sidrauski, M. (1967) "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy." *American Economic Review*, vol.57, pp.534-544.

Taylor, J. B. (1993). Discretion versus policy rules in practice. In *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol.39, pp.195-214. North-Holland.

Turnovsky, S. J. (2013) "The relationship between economic growth and inequality." *New Zealand Economic Papers*, vol.47, pp.113-139.

Turnovsky, S. J. (2020). Economic growth and income inequality: insights from the representative consumer theory of distribution. In *Prospects for economic growth in the United States*. Cambridge University Press, Cambridge, NY

Turnovsky, S. J. and García-Peñalosa, C. (2008) "Distributional dynamics in a neoclassical growth model: the role of elastic labor supply." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 32, pp. 1399-1431.

Wang, P. and Yip, C. K. (1992) "Alternative approaches to money and growth." *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 24, pp. 553-562.

Woodford, M. (1994) "Monetary policy and price level determinacy in a cash-in-advance economy." *Economic Theory*, vol.4, pp.345-380.